

9.5. Существует ли бесконечная непостоянная последовательность $m_1, m_2, m_3, \dots$ натуральных чисел, для которой при всех натуральных k верно равенство

$$m_{k+2} = (k+1)m_k - km_{k+1}?$$

9.6. Внутри правильного $2n$ -угольника $A_1A_2 \dots A_{2n}$ отмечены точки $B_1, B_2, \dots, B_{2n}$ такие, что для точки B_1 вершина A_1 – самая дальняя из всех вершин многоугольника, для точки B_2 вершина A_2 – самая дальняя из всех вершин многоугольника, $\dots$, наконец, для точки B_{2n} вершина A_{2n} – самая дальняя из всех вершин многоугольника.

Какое наибольшее количество точек из точек $B_1, B_2, \dots, B_{2n}$ может лежать на одной прямой?

9.7. Функция $f(x)$ определена на множестве всех действительных чисел и принимает действительные значения. Для любых действительных чисел x и y верно равенство

$$f(x + f(y)) = f(x) + yf(f(x)).$$

а) Найдите все возможные значения $f(0)$.

б) Существует ли такая непостоянная функция $f(x)$?

9.8. Дано натуральное число n . Вика хочет, чтобы для выбранных Сашей действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ для любых натуральных чисел $1 \leq i < j \leq n$ выполнялись неравенства $|ja_i - ia_j| < j - i$. Для этого она может выбрать некоторые из данных неравенств и потребовать у Саши, чтобы они выполнялись. После этого Саша выбирает сами числа.

Для каждого натурального n определите, какое наименьшее количество неравенств Вике необходимо выбрать, чтобы добиться желаемого.