

11.1. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ выполняются равенства $AB = AC = AD$. Прямая AB и прямая, проходящая через точку D параллельно стороне BC , пересекаются в точке E .

Докажите, что центр описанной окружности треугольника BED лежит на прямой CD .

11.2. Известно, что в некоторой арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, произведение второго и третьего её членов равно десятому её члену.

Найдите все возможные значения её пятого члена.

11.3. Найдите все пары (a, b) натуральных чисел таких, что если к числу a^2 приписать справа число b^2 , получится число, равное $(a \cdot b + 1)^2$.

11.4. Божья коровка и Мотылек играют в игру на бесконечной клетчатой плоскости, делая ходы по очереди. Изначально все клетки белые, их разрешается красить в один из двух цветов: красный или чёрный. Божья коровка за свой ход может покрасить две белые клетки, а Мотылек — одну. Первой ходит Божья коровка. Она может в любой момент остановить игру и получить n макарон, если на плоскости есть полностью красный или полностью черный клетчатый квадрат с длиной стороны n .

а) Может ли Божья коровка, независимо от действий Мотылька, получить 2025^{2025} макарон?

б) Пусть теперь Божья коровка за свой ход может красить только одну клетку. Какое наибольшее количество макарон она может получить независимо от действий Мотылька?