

9.1. В классе учатся 15 девочек и 15 мальчиков. На уроке физкультуры все ученики класса стали по кругу. Через A обозначим количество пар соседних детей разного пола. По команде учителя дети рассчитались на первый-второй и каждый второй школьник вышел из круга. Через B обозначим количество пар соседних детей разного пола, которые остались стоять по кругу.

Найдите наибольшее возможное значение суммы $A + B$.

9.2. Миша написал в тетрадке некоторое натуральное число. Если последнее написанное им число равно n , Миша может написать после него наименьший простой делитель числа $n^3 + 2n^2 + 4n + 3$, если он не был написан ранее.

Какое наибольшее количество чисел он может написать?

9.3. Докажите, что для каждого натурального числа n существуют натуральные числа a , b и c такие, что верно равенство

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} = n.$$

9.4. В правильном девятиугольнике $ABCDEFGHI$ точки M и N – середины диагоналей DG и EI .

Докажите, что прямые MN и AI перпендикулярны.