

11.1. Найдите все тройки натуральных чисел (m, n, k) такие, что существует бесконечная последовательность $a_1, a_2, \dots$ целых чисел, удовлетворяющая для каждого $i \geq 1$ равенству

$$ma_{i+1} - na_i = k.$$

11.2. Определите, для каких пар натуральных чисел (m, n) можно замостить таблицу, состоящую из m строк и n столбцов, фигурками , (фигурки можно поворачивать и переворачивать) так, чтобы во всех строках было поровну крестиков.

11.3. Точка M – середина стороны BC треугольника ABC . Внутри треугольника ABC отмечена точка D такая, что $\angle BAD = \angle CAM$. Луч ℓ , проходящий через точку D параллельно прямой AB , пересекает отрезок AC в точке E и описанную окружность треугольника ABC в точке F .

Докажите, что $DE > EF$.

11.4. Многочлены $p(x)$ и $q(x)$ степени n не имеют общих действительных корней. Для каждого натурального числа n определите, какое количество различных действительных решений может иметь уравнение

$$p(x)q(1/x) = p(1/x)q(x).$$