



Рэспубліканская фізічная алімпіяда

2026 год

(III этап)

Тэарэтычны тур

Рашэнні задач

9 клас

(для журы)

Паважаныя члены журы!

Задачы, прапанаваныя школьнікам для рашэння на алімпіядзе, нестандартныя і дастаткова складаныя. Прапанаваныя тут варыянты іх рашэнняў, зразумела ж, не з'яўляюцца адзіна магчымымі. Удзельнікі алімпіяды могуць прапанаваць свае спосабы рашэння. Калі гэтыя спосабы фізічна абгрунтаваны і прыводзяць да правільных адказаў, то задача (ці яе асобныя пункты) павінны ацэньвацца максімальнымі баламі.

Кожнае заданне суправаджаецца Лістамі адказаў, у якія ўдзельнікі алімпіяды павінны ўнесці канчатковыя вынікі.

Калі канчатковы вынік не ўнесены ў Ліст адказаў, але змяшчаецца ў асноўным рашэнні, то гэты вынік таксама неабходна ацэньваць.

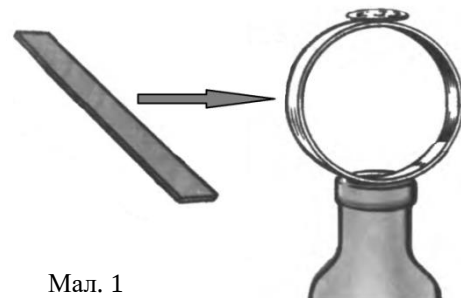
Не забывайце, што вы павінны ацэньваць не толькі канчатковыя адказы, але і асобныя правільныя крокі ў ходзе рашэння!



Паважаныя калегі! Не шкадуйце балаў (калі, канешне, ёсць за што!) для нашых таленавітых школьнікаў!

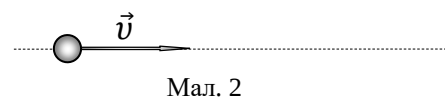
Заданне 9-1. «Размінка»

1. «Паглядзі і растлумач». На мал. 1 паказаны папулярны фізічны вопыт. Выразанае з пластыкавай бутэлькі кольца паставілі на шырокае рыльца пустой бутэлькі. На вяршыню кольца паклалі невялікую манету (або гайку) (гл. мал. 1). Рэзкім гарызонтальным ударам лінейкі выб'ем пластыкавае кольца з-пад манеты. Што, на вашу думку, адбудзецца з манетай далей? Прааналізуйце мал. 1, у Лісце адказаў сцісла апішыце вынік дадзенага вопыту і абгрунтуйце яго з фізічнага пункта погляду.



Мал. 1

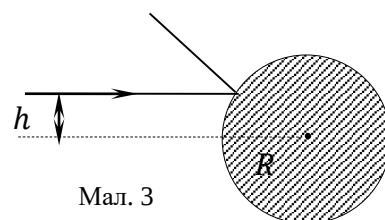
2. «Шлях часціцы». Часціца, якая рухаецца прамалінейна (мал. 2) і роўнапаскорана (роўнапераменна), прайшла за прамежак часу t_1 шлях l_1 , а за прамежак часу $t_2 = 2t_1$ – шлях $l_2 = 2l_1$. Які шлях l_3 пройдзе часціца за прамежак часу $t_3 = 3t_1$? Чаму будзе роўная скорасць v часціцы ў гэты момант? Пачатковая скорасць $\vec{v}_0$ часціцы невядомая.



Мал. 2

Пачатковая скорасць

3. «Люстрыны шар». Прамень святла падае на паверхню люстранага шара паралельна восі, якая праходзіць праз цэнтр гэтага шара (мал. 3). Пасля адбіцця ад шара прамень паварочваецца на вугал $\alpha = 100^\circ$. Знайдзіце радыус R шара, калі адлегласць паміж падаючым праменем і воссю $h = 55,5$ мм.



Мал. 3

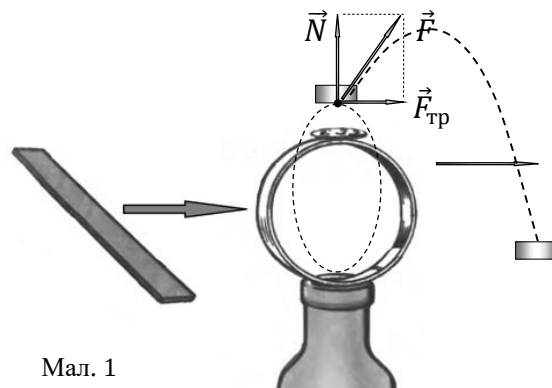
Магчымыя рашэнні:

Заданне 9-1. «Размінка»

1. «Паглядзі і растлумач». На мал. 1 паказаны вядомы вопыт па механіцы, які дэманструе асаблівасці дэфармацыі цела пры механічным уздзеянні.

Пры гарызантальным удары лінейкай (гл. мал. 1) пластыкавае кольца будзе зведваць дэфармацыю сціскання ў гарызантальным накірунку. Паколькі перыметр кольца пры ўдары застаецца практычна нязменным, то ў вертыкальным накірунку на кольца ўзнікае «выпукласць».

Эфект «выпукласці», дакладней сіла рэакцыі $\vec{N}$ з боку кольца, будзе імкнуцца падкінуць манету ўверх (гл. мал. 1). Аднак, акрамя сілы рэакцыі, у сістэме ўзнікае і сіла трэння $\vec{F}_{тр}$, якая будзе рухаць манету ўперад (гл. мал. 1).



Мал. 1

Адначасовае дзеянне гэтых сіл (раўнадзейная $\vec{F}$) падкіне манету ўверх і ўперад, у выніку чаго яна паляціць пад некаторым вуглом да гарызонту (гл. мал. 1).

Такім чынам, якасны аналіз дадзенай фізічнай з'явы прыводзіць да высновы, што пасля такога ўдару лінейкай манета апіша парабалу і прызямліцца дзе-небудзь недалёка на падлозе (гл. мал. 1).

Пасля тэарэтычнага тура алімпіяды нескладана правесці гэты забаўны эксперымент і ўпэўніцца, што «фізіка руліць», г. зн. манета сапраўды ляціць уперад і ўверх у адпаведнасці з нашымі тэарэтычнымі высновамі (а не прадказаннямі!, ☺).

2. «Шлях часціцы». З умовы задачы незразумела, як «накіравана» паскарэнне a часціцы, што рухаецца: «па» яе пачатковай скорасці v_0 або «супраць».

Дапусцім, што «па», г. зн. праекцыя паскарэння на вось пачатковай скорасці дадатная ($a > 0$).

Тады за прамежак часу t_1 часціца пройдзе шлях l_1 , роўны

$$l_1 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2}. \quad (1)$$

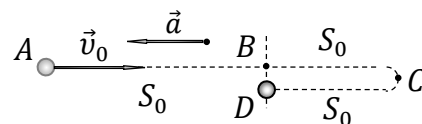
А за прамежак часу $t_2 = 2t_1$ – шлях

$$l_2 = v_0 (2t_1) + \frac{a (4t_1^2)}{2} = 2 \left(v_0 t_1 + 2 \frac{a t_1^2}{2} \right). \quad (2)$$

З (1) і (2) вынікае, што ў гэтым выпадку

$$l_2 = 2 \left(v_0 t_1 + 2 \frac{a t_1^2}{2} \right) = 2l_1 + a t_1^2 > 2l_1. \quad (3)$$

Паколькі няроўнасць (3) строгая ($a > 0$), то наша зыходнае дапушчэнне няправільнае, і ў дадзеным выпадку павінна быць «супраць» (мал. 2), а не «па». Іншымі словамі, сітуацыя «падобная» на рух каменьчыка, падкінутага вертыкальна ўверх ($a < 0$) з некаторай пачатковай скорасцю v_0 ($v_0 > 0$).



Мал. 2

Цяпер узнікае наступнае пытанне: дзе могуць «знаходзіцца» моманты часу t_1 і t_2 : на ўзыходзячай галіне траекторыі (рух «уверх») каменьчыка ці сыходзячай (рух «уніз»)?

Дапусцім, што на ўзыходзячай. Тады справядлівая роўнасць:

$$l_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}, \quad (4)$$

і

$$l_2 = v_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2} = 2 \left(v_0 t_1 - 2 \frac{at_1^2}{2} \right). \quad (5)$$

З (4) – (5) атрымаем

$$t_1 = \frac{2v_0}{3a}. \quad (6)$$

Як вынікае з (6), $t_2 = 2t_1 = \frac{4v_0}{3a}$, г. зн. часовы пункт t_2 знаходзіцца ўжо на сыходзячай галіне траекторыі каменьчыка, паколькі $t_2 > \frac{v_0}{a}$. Атрымалі супярэчнасць, што гаворыць пра несправядлівасць зробленага раней дапушчэння. Значыць, моманты часу t_1 і t_2 абодва не могуць знаходзіцца на ўзыходзячай галіне траекторыі.

Разгледзім варыянт, калі ў верхнім пункце траекторыі. Тады момант часу t_1 адпавядае верхняму пункту траекторыі, г. зн.

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{v_0}{a} \\ l_1 &= \frac{v_0^2}{2a} \end{aligned} \quad (7)$$

Шлях, пройдзены за прамежак часу $3t_1$, будзе ў тры разы большы за шлях, пройдзены за прамежак часу t_1 , г. зн.

$$t_1 = 3 \frac{2v_0}{3a}. \quad (8)$$

Значыць, поўны шлях, пройдзены часціцай з пачатку руху, будзе роўны

$$l_3 = 3l_1 + 2l_1 = 5l_1. \quad (9)$$

Адпаведна, скорасць часціцы ў гэты момант будзе роўная

$$v = \frac{4l_1}{t_1}. \quad (10)$$

3. «Люстры шар». Няхай светлавая прамень падае на люстры шар у пункце A (мал. 3) пад вуглом β і, адпаведна, адбіваецца ад яго таксама пад вуглом β .

Вугал павароту светлагага праменя α пры адбіцці ад шара ёсць вугал паміж яго пачатковым і канечным накірункамі распаўсюджвання (гл. мал. 3).

З мал. 3 вынікае, што для разгорнутага вугла (светлагага праменя) справядлівая роўнасць

$$\beta + \beta + \alpha = \pi. \quad (1)$$

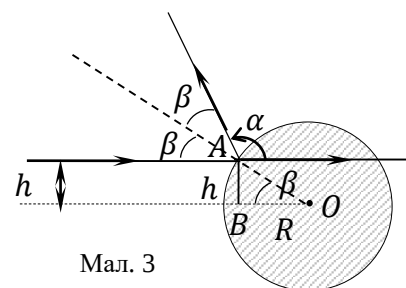
З (1) знойдзем велічыню вугла β падзення светлагага праменя на шар

$$\beta = \frac{\pi - \alpha}{2}. \quad (2)$$

Для прамавугольнага трохвугольніка AOB справядлівая роўнасць

$$\sin \beta = \frac{h}{R}. \quad (3)$$

З (1) – (3) знаходзім



Мал. 3

$$\frac{h}{R} = \sin \frac{\pi - \alpha}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow R = \frac{h}{\cos(\frac{\alpha}{2})}. \quad (4)$$

Разлік па формуле (4) дае

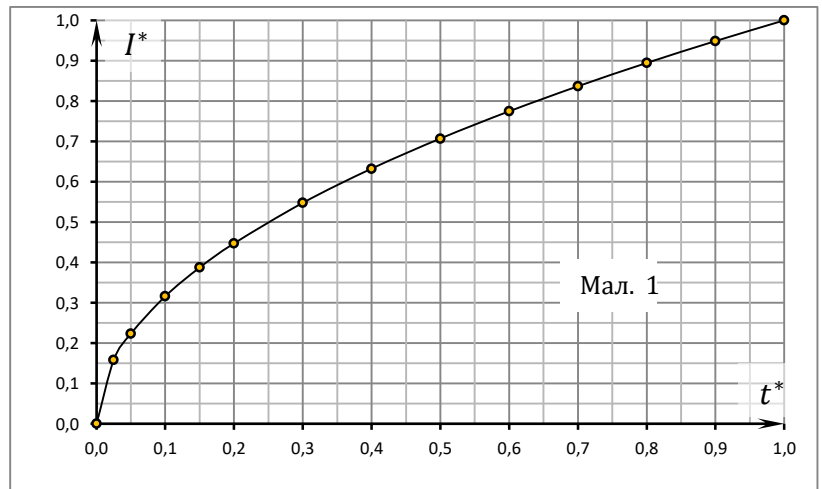
$$R = \frac{5,55}{\cos(\frac{100^\circ}{2})} (\text{мм}) = \{86,34267239\} = 86,3 \text{ мм}. \quad (5)$$

У адпаведнасці з правіламі акруглення (гл. даныя ўмовы) канчатковы адказ прыводзім з дакладнасцю да трох значных лічбаў.

Заданне 9-2. «Непастаянны ток»

Даведаныя даныя і параметры разглядаемай сістэмы: удзельная цеплаёмістасць вады $c_v = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.

1. Сіла току I праз рэзістар супраціўленнем $R = 200 \text{ Ом}$ змяняецца з часам t так, як паказана на графіку (мал. 1). Пры пабудове графіка для зручнасці выкарыстаны папулярныя цяпер безразмерныя каардынаты $I^* = I(t)/I_0$ («безразмерная» сіла току) і $t^* = t/t_0$ («безразмерны час»), дзе $I_0 = 1,0 \text{ А}$, $t_0 = 10 \text{ мін}$ – размерныя маштабныя множнікі. Пункты на графіку залежнасці $I^*(t^*)$ зведзены ў табліцу 1.



Табліца 1. Залежнасць $I^*(t^*)$.

t^*	0,0	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
I^*	0,00	0,16	0,22	0,32	0,39	0,45	0,55	0,63	0,71	0,77	0,84	0,89	0,95	1,00

Няхай імгненная магутнасць току (цеплавылучэння) на рэзістары $P(t)$. Увядзём паняцце «безразмернай магутнасці» току (цеплавылучэння) на рэзістары як $P^*(t^*) = P(t)/(I_0^2 R)$.

Разлічыце безразмерную імгненную магутнасць $P^*(t^*)$ для кожнага пункта на прыведзеным графіку. Вынікі вашых разлікаў унесіце ў табліцу 2 на Лісце адказаў.

2. Пабудуйце на Бланку 1 Ліста адказаў графік атрыманай залежнасці $P^*(t^*)$. Прааналізуйце атрыманую залежнасць, адзначце яе характар і асаблівасці.

3. Няхай уся колькасць цеплаты, якая вылучаецца на рэзістары R , ідзе на награванне вады масай $m = 0,10 \text{ кг}$. Знайдзіце, на колькі градусаў Δt ($^\circ\text{C}$) нагрэецца вада пры праходжанні току за прамежак часу $t_1 = 8,0 \text{ мін}$. Пачатковая тэмпература вады $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

4. Праз які прамежак часу t_2 вада закіпіць?

Магчымае рашэнне:

9-2. «Непастаянны ток»

1. Згодна з законам Джоўля – Ленца імгненная цеплавая магутнасць току на рэзістары роўная

$$P(t) = (I(t))^2 R. \quad (1)$$

Адпаведна, «безразмерная магутнасць» цеплавылучэння на рэзістары (згодна з умовай)

$$P^*(t^*) = \frac{P(t)}{I_0^2 R} = \frac{(I(t))^2 R}{I_0^2 R} = \frac{(I(t))^2}{I_0^2} = \left(\frac{I(t)}{I_0}\right)^2 = (I^*)^2. \quad (2)$$

Такім чынам, у выбраных каардынатах безразмерная магутнасць $P^*(t^*)$ фактычна ёсць квадрат безразмернай сілы току (I^*)!

Пасля такога «адкрыцця», узброіўшыся інжынерным калькулятарам (рэкамендаваны для выкарыстання на алімпіядзе, паколькі дазваляе праводзіць такія разлікі дастаткова хутка), дастаткова хутка разлічваем безразмерную магутнасць $P^*(t^*)$ для кожнага пункта графіка. Вынікі разлікаў унесём у табліцу 2.

Табліца 2.

t^*	0,0	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
I^*	0,00	0,16	0,22	0,32	0,39	0,45	0,55	0,63	0,71	0,77	0,84	0,89	0,95	1,00
P^*	0,00	0,0256	0,484	0,1024	0,1521	0,2025	0,3025	0,3969	0,5041	0,5929	0,7056	0,7921	0,9025	1,00

2. Пабудуем па пунктах табліцы 2 графік атрыманай залежнасці $P^*(t^*)$ на выдадзеным бланку (мал. 1).

З правільна пабудаванага графіка $P^*(t^*)$ вынікае яшчэ адно «цікавае адкрыццё» – зрокава разлічаныя пункты дастаткова няблага (можна сказаць выдатна!) кладуцца на прамую (давярай калькулятару!), якая праходзіць праз пачатак каардынат.

З прымальнай дакладнасцю такая ж выснова вынікае і з аналізу табліцы 2, аднак графічны метада – хуткі, пераканаўчы і наглядны. Назіральнасць на алімпіядзе ў цане!

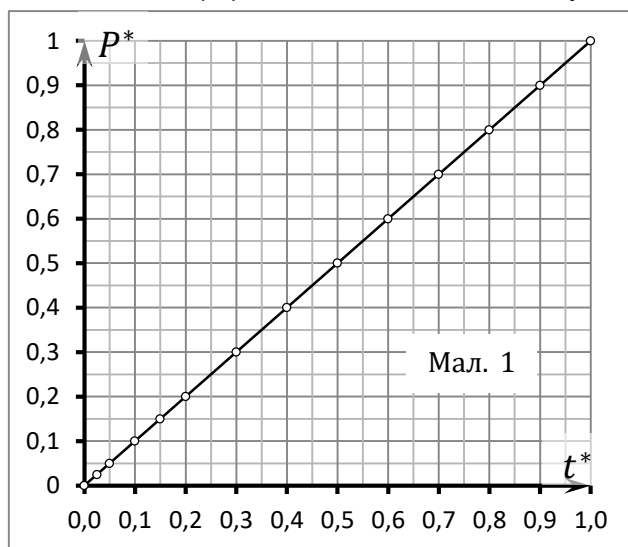
Акрамя таго, гэтая прамая («на вока») з'яўляецца бісектрысай першага каардынатнага вугла ($y = x$). Гэта акалічнасць таксама спрашчае знаходжанне

колькасці вылучанай у ланцугу цеплаты, як плошчы трохвугольніка пад пабудаваным графікам.

Іншымі словамі, можна спачатку знайсці плошчу прамавугольнага трохвугольніка «пад графікам» за неабходны прамежак часу і далей атрымаць «размерную» колькасць цеплаты.

3. Такім чынам, за прамежак часу $t = 8,0$ мін на рэзістары вылучыцца колькасць цеплаты, прапарцыянальная плошчы S_i адпаведнага трохвугольніка на мал. 1. Згодна з ураўненнем цеплага балансу атрымаем

$$Q = \sum_i^\infty P_i \Delta t_i = cm(t_2 - t_1). \quad (3)$$



Мал. 1

У ліках атрымаем

$$Q = \frac{1}{2} \cdot (0,8)^2 \cdot (1,0)^2 \cdot 200 \cdot 10 \cdot 60 \text{ (Дж)} = 38400 \text{ Дж.} \quad (4)$$

Гэта дазваляе нагрэць ваду на $(^{\circ}\text{C})$

$$\Delta t = \frac{Q}{cm} = \frac{38400}{4200 \cdot 0,10} (^{\circ}\text{C}) = \{91,42857143\} = 91 ^{\circ}\text{C}. \quad (5)$$

Няхай «безразмерны час» закіпання вады x , тады справядліва ўраўненне

$$Q = \frac{1}{2} \cdot (x)^2 \cdot (1,0)^2 \cdot 200 \cdot 600 \text{ (Дж)} = 42000 \text{ Дж.} \quad (6)$$

З (6) знаходзім

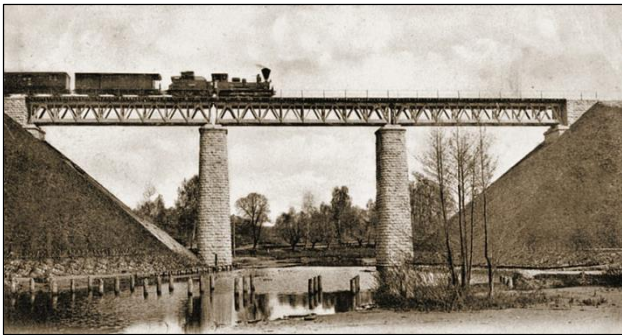
$$x = \{0,8366600265\} = 0,84, \quad (7)$$

што адпавядае прамежку часу

$$t_2 = \{0,8366600265\} = 8,4 \text{ мін} = 5,0 \cdot 10^2 \text{ с}. \quad (8)$$

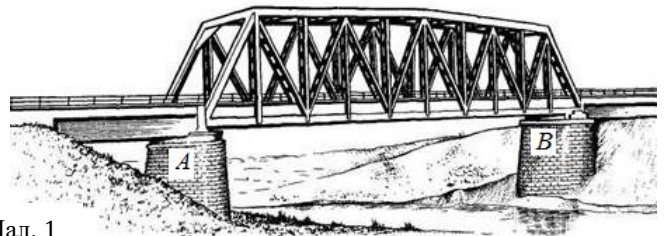
У адпаведнасці з правіламі акруглення (гл. даныя ўмовы) канчатковы адказ прыводзім з дакладнасцю да дзвюх значных лічбаў.

Заданне 9-3. «Чыгуначны мост»



Любыя інжынерныя канструкцыі папярэдне дакладна разлічваюцца, а іх паводзіны ў крытычных сітуацыях шматразова мадэліруюцца на прадмет надзейнасці і адпаведнасці патрабаванням бяспекі.

Разгледзім аднапрапелётны чыгуначны мост (мал. 1), па якім праходзіць доўгі цягнік (даўжэйшы за мост) з аднолькавымі вагонамі.



Мал. 1

У апорах (устоях) A і B моста (гл. мал. 1) устаноўлены датчыкі «залішняй» вагі для адсочвання змянення сілы ціску моста на дадзеную апору пры праходжанні цягніка (г. зн. яны не ўлічваюць уласную вагу моста).

Пры разліках будзем лічыць, што маса адзінкі даўжыні (лінейная шчыльнасць) цягніка $\lambda = \left(\frac{\Delta m}{\Delta l}\right) = \text{const}$ ёсць велічыня пастаянная. Пры такім падыходзе цягнік можна лічыць аднародным «рухальным ланцугом» (мал. 2).

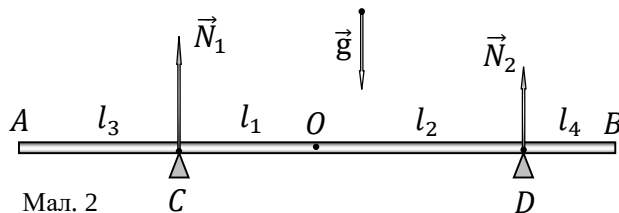
У рамках дадзенага задання вам трэба больш падрабязна разабраць працэс праходжання цягніка па мосце з інжынернага пункта погляду, вызначыць змяненні дынамічнай нагрузкі на кожную з апор пры гэтым.

Даведачныя даныя і параметры разглядаемай сістэмы: паскарэнне свабоднага падзення $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; трэнне і супраціўленне паветра ў дадзеным заданні не прымаць да ўвагі.

Частка 1. Бэлька на апорах

Перш чым разглядаць рух цягніка па аднародным мосце, разгледзім «пусты» мост, без цягніка. Нядрэннай мадэллю такой механічнай сістэмы з'яўляецца аднародная бэлька, якая ляжыць на двох апорах.

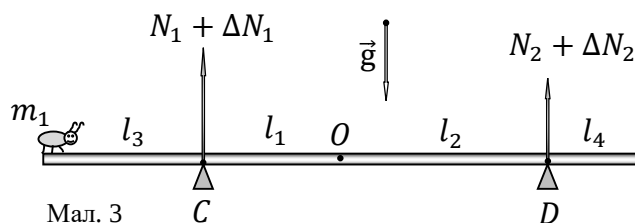
Разгледзім аднародную гарызонтальную бэльку AB (мал. 2) масай m , якая знаходзіцца ў стане спакою на кропках апорах C і D (гл. мал. 2). Адлегласці ад цэнтра мас O (мал. 2) бэлькі да апор роўныя $OC = l_1$, $OD = l_2$. Краі бэлькі, што «выступаюць», маюць даўжыню $AC = l_3$, $DB = l_4$ адпаведна. Плошча папярочнага сячэння бэлькі пастаянная.



Мал. 2

1.1 Знайдзіце модулі N_1 і N_2 сіл рэакцый, якія дзейнічаюць на бэльку ў апорах C і D адпаведна.

1.2 Няхай у пункт A бэлькі сеў невялікі, але цяжкі жучок (мал. 3) масай m_1 . Знайдзіце змяненні ΔN_1 і ΔN_2 модуляў сіл рэакцый, якія дзейнічаюць на бэльку ў кожнай з апор. Укажыце знакі кожнага са змяненняў.



Мал. 3

1.3 Пры якой мінімальнай масе жучка m_2 сіла

рэакцыі N_2 , якая дзейнічае на бэльку ў правай апоры, будзе мець значэнне нуль?

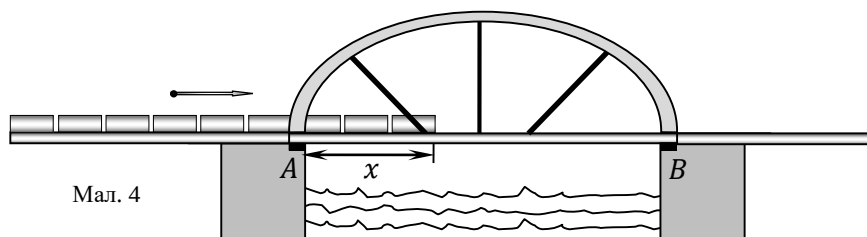
Частка 2. Доўгі цягнік

Няхай па мосце даўжынёй $AB = l_0$ (мал. 4) праходзіць «аднародны» цягнік даўжынёй $3l_0$ з аднолькавымі вагонамі.

Разгледзім сістэму ў момант, калі на мосце аказалася частка цягніка даўжынёй x (гл. мал. 4).

2.1 Знайдзіце залежнасці залішніх сіл рэакцый $N_1(x)$ і $N_2(x)$ у апорах A і B моста, адпаведна, ад x .

2.2 Увядзём безразмерныя (прыведзеныя) каардынаты для сілы рэакцыі $N^* = N/(\lambda g l_0)$ і для даўжыні $x^* = x/l_0$. Атрымайце залежнасці $N_1^*(x^*)$ і $N_2^*(x^*)$. Разлічыце



Мал. 4

атрыманыя залежнасці і ў Лісце адказаў запоўніце табліцу 3. Пабудуйце на Бланку 2 Ліста адказаў атрыманыя залежнасці ў інтэрвале $0 \leq x^* \leq 1$.

2.3 Пры якім x_1^* рознасць прыведзеных сіл ціску $N_1^*(x^*)$ і $N_2^*(x^*)$ максімальная?

2.4 Пры якім x_2^* сума прыведзеных сіл ціску $N_1^*(x^*)$ і $N_2^*(x^*)$ максімальная?

Магчымыя рашэнні:

Частка 1. Бэлька на апорах

1.1 Пры раўнавазе бэлькі выконваецца правіла момантаў сіл адносна восі, якая праходзіць праз любы пункт сістэмы.

Запішам правіла момантаў адносна пункта D (мал. 1) сістэмы (момант сілы N_2 адносна гэтай восі роўны нулю):

$$N_1(l_1 + l_2) = mgl_2. \quad (1)$$

З (1) знойдзем сілу рэакцыі N_1 :

$$N_1 = \frac{l_2}{l_1 + l_2} mg. \quad (2)$$

Цяпер разгледзім раўнавагу бэлькі адносна восі, якая праходзіць праз пункт C сістэмы (цяпер момант сілы N_1 адносна гэтай восі роўны нулю):

$$N_2(l_1 + l_2) = mgl_1. \quad (3)$$

З (3) знойдзем сілу рэакцыі N_2 :

$$N_2 = \frac{l_1}{l_1 + l_2} mg. \quad (4)$$

Заўважым, што (4) можна атрымаць і іншым спосабам, выкарыстоўваючы (2) і правіла сіл:

$$N_1 + N_2 = mg, \quad (5)$$

адкуль

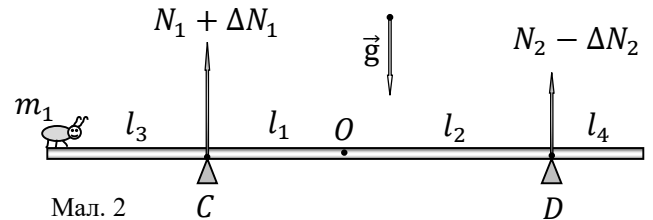
$$N_2 = mg - N_1 = mg - \frac{l_2}{l_1 + l_2} mg = \frac{l_1}{l_1 + l_2} mg. \quad (6)$$

Цікава, што (2) і (4) не залежаць ад канцоў бэлькі l_3 і l_4 , якія «выступаюць», паколькі становішча цэнтра мас сістэмы (паміж апорамі) аўтаматычна «ўлічвае» іх дзеянне і існаванне. ☺

1.2 Жучок (дакладней, яго сіла цяжару m_1g) павялічыць сілу рэакцыі N_1 у бліжэйшай апоры C (мал. 2) сістэмы ($\Delta N_1 > 0$) і, адпаведна, паменшыць у далейшай

N_2 ($\Delta N_2 < 0$). Запішам гэта наступным чынам:

$$\begin{aligned} N_1^* &= N_1 + \Delta N_1 \\ N_2^* &= N_2 - \Delta N_2. \end{aligned}$$



(7)

Запішам правіла момантаў адносна восі, якая праходзіць праз пункт C сістэмы:

$$mgl_1 = (N_2 - \Delta N_2)(l_1 + l_2) + m_1gl_3. \quad (8)$$

З (8) атрымаем:

$$\Delta N_2 = \frac{l_3}{l_1 + l_2} m_1g. \quad (9)$$

Цалкам аналагічна, разглядаючы правіла момантаў адносна восі, якая праходзіць праз пункт D сістэмы, знойдзем:

$$\Delta N_1 = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l_1 + l_2} m_1g. \quad (10)$$

Заўважым, што (10) можна атрымаць і іншым спосабам, выкарыстоўваючы (9) і правіла сіл:

$$\Delta N_1 - \Delta N_2 = m_1g, \quad (11)$$

адкуль

$$\Delta N_1 = m_1 g + \Delta N_2 = m_1 g + \frac{l_3}{l_1 + l_2} m_1 g = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l_1 + l_2} m_1 g. \quad (12)$$

Як вынікае з (9) і (10), цяпер вынік не залежыць ад l_4 , паколькі жучок сеў на левы канец саломінкі. ☺

1.3 З (7) і (9) вынікае, што сіла рэакцыі $N_2^* = N_2 - \Delta N_2$ ператворыцца ў нуль пры мінімальнай масе жучка m_2 пры ўмове

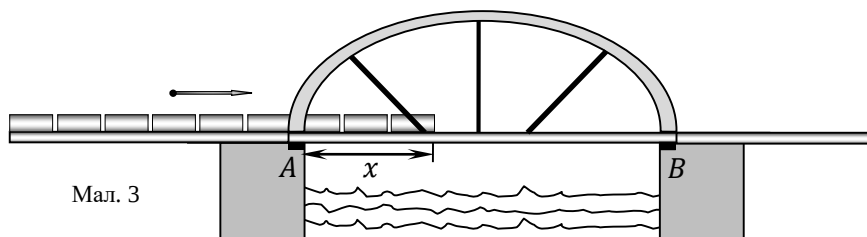
$$N_2 = \Delta N_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_1 + l_2} m g = \frac{l_3}{l_1 + l_2} m_2 g. \quad (13)$$

Значыць,

$$m_2 = \frac{l_1}{l_3} m. \quad (14)$$

Частка 2. Доўгі цягнік

2.1 Няхай у некаторы момант на мосце аказалася частка цягніка даўжынёй x (мал. 3). Паколькі цягнік доўгі, то мае сэнс разбіць разлікі на відавочныя этапы: цягнік заязджае на мост ($x \leq l$); цягнік запаўняе ўвесь мост ($l \leq x \leq 2l$); цягнік з'язджае з моста ($2l \leq x \leq 3l$).



Разгледзім першы этап. Паколькі на мосце знаходзіцца частка цягніка даўжынёй x , то яго маса

$$m(x) = \lambda x, \quad (15)$$

дзе λ – лінейная шчыльнасць цягніка (маса адзінкі яго даўжыні).

Адпаведна, цэнтр мас гэтага «кавалка» цягніка знаходзіцца на адлегласці $l_1 = x/2$ ад апоры A моста і на адлегласці $l_2 = l_0 - x/2$ ад апоры B. Згодна з (2) атрымаем, што ў гэтым выпадку шуканыя залежнасці роўныя

$$N_1(x) = \frac{l_2}{l_1 + l_2} m g = \frac{l_0 - x/2}{l_0} \lambda x g = \frac{(2l_0 - x)x}{2l_0} \lambda g, \quad (16)$$

$$N_2(x) = \frac{l_1}{l_1 + l_2} m g = \frac{x/2}{l_0} \lambda x g = \frac{x^2}{2l_0} \lambda g, \quad (17)$$

дзе g – паскарэнне свабоднага падзення.

2.2 Для атрымання прыведзеных сіл рэакцый $N_1^*(x^*)$ і $N_2^*(x^*)$ скарыстаемся падказкамі, прыведзенымі ва ўмове задання:

$$N_1^*(x^*) = \frac{N_1(x)}{\lambda g l_0} = \frac{l_0 - x/2}{l_0} \frac{\lambda x g}{\lambda g l_0} = \left(1 - \frac{x^*}{2}\right) x^*, \quad (18)$$

$$N_2^*(x^*) = \frac{N_2(x)}{\lambda g l_0} = \frac{x/2}{l_0} \frac{\lambda x g}{\lambda g l_0} = \frac{(x^*)^2}{2}, \quad (19)$$

дзе $x^* = x/l_0$.

Табліца 2.

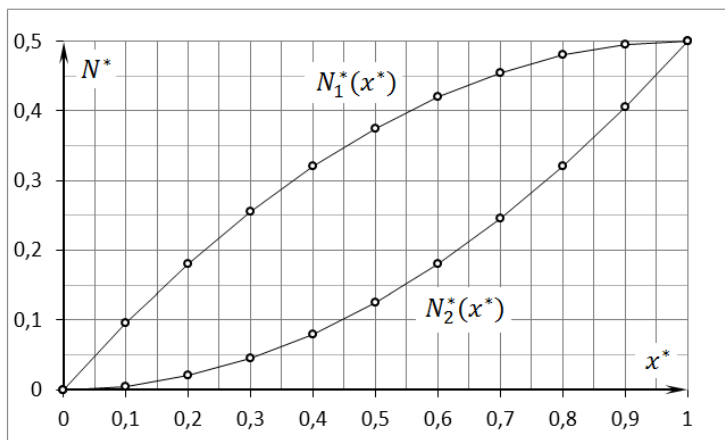
x^*	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$N_1^*(x^*)$	0	0,095	0,18	0,255	0,32	0,375	0,42	0,455	0,48	0,495	0,5
$N_2^*(x^*)$	0	0,005	0,02	0,045	0,08	0,125	0,18	0,245	0,32	0,405	0,5

Запаўняем табліцу 2 і па атрыманых пунктах у інтэрвале $0 \leq x^* \leq 1$ будзем неабходныя графікі атрыманых залежнасцей.

2.3 З графіка (мал. 3) візуальна заўважна, што рознасць сіл спачатку павялічваецца, а пасля памяншаецца. Значыць, «недзе пасярэдзіне» ў яе існуе максімум. Для яго пошуку скарыстаемся (18) і (19):

$$N_1^*(x^*) - N_2^*(x^*) = \left(1 - \frac{x^*}{2}\right)x^* - \frac{(x^*)^2}{2} = (1 - x^*)x^* . \quad (20)$$

Паколькі (20) уяўляе сабой парабалу, то яе максімальнае значэнне будзе ў вяршыні, якая сапраўды знаходзіцца пасярэдзіне.



$$x_1^* = 0,5 . \quad (21)$$

2.4 Што тычыцца сумы графікаў, то ў любы момант часу яна роўная сіле цяжару цягніка, які выехаў на мост. Значыць, яна максімальная тады, калі $x = l_0$, г. зн. ва ўказаным дыяпазоне гэта адбудзецца пры

$$x_2^* = 1,0 . \quad (22)$$

Заўважым, што пры поўным запаўненні моста цягніком ($1 \leq x^* \leq 2$) дынамічныя нагрузкі на апоры сіметрычныя і роўныя $\frac{mg}{2}$ і не змяняюцца. Пры з'язджанні з моста ($1 \leq x^* \leq 2$) графікі функцый зноў жа ў сілу сіметрыі «мяняюцца месцамі».

Кантактны нумар тэлефона для пытанняў і кансультацый у дзень правядзення алімпіяды:
+375 29 766 12 87