

ВАРИАНТ 2

ЗАДАНИЕ 1 НАБЛЮДЕНИЕ СОЛНЦА

В городе Брест, координаты которого $j = 52^{\circ}05'$, $l = 23^{\circ}42'$ в день зимнего солнцестояния наблюдалась верхняя кульминация центра диска Солнца.

А) Каково в этот момент было его зенитное расстояние.

Б) Определите во сколько по поясному времени Беларуси (с учетом +1 часа) наблюдалась верхняя кульминация центра диска Солнца (в часах, минутах и секундах).

В) Вычислить сколько времени длилось прохождение диска Солнца через небесный меридиан (в секундах).

Г) Опишите какое влияние на наблюдение захода Солнца оказывают его размеры, рефракция и суточный параллакс.

Д) Сколько времени прошло после верхней кульминации центра диска Солнца покуда оно полностью зашло за горизонт (учесть размеры Солнца, рефракцию и суточный параллакс).

Подсказка: уравнение времени можно рассчитать по формуле:

$$h = 7,53 \cos(B) + 1,5 \sin(B) - 9,87 \sin(2B), \text{ где } B = 360^{\circ}(N-81)/365.$$

N – порядковый номер дня в году начиная с 1 января.

Решение

А) (4 балла) Зенитное расстояние центра диска Солнца будет $z = j - d = 52^{\circ}05' - (-23^{\circ}26') = 75^{\circ}31'$

Б) (4 балла) $B = 360^{\circ}(N-81)/365 = 275^{\circ}$

Тогда, уравнение времени будет равно:

$$h = 7,53 \cos(275,00^{\circ}) + 1,5 \sin(275,00^{\circ}) - 9,87 \sin(2 \times 275,00^{\circ}) = 1,507 \text{ мин}$$

Среднее солнечное время

$$T_m = 12^h + h = 12,025^h$$

Поясное время будет

$$T_n = T_m + n - l = 12,025 + 3 - (23 + 42/60)/15 = 13^h 26^m 42^s.$$

В) (4 балла) Время прохождения Солнца через небесный меридиан

$$T = d^{(\text{мин})} / \cos d = 1392000 \times 206265 / 147000000 \times \cos(23^{\circ}26') \times 15 = 142^s.$$

Г) (4 балла) Моментом захода Солнца считается исчезновение на горизонте верхней точки края диска. Следовательно, истинное зенитное расстояние центра диска Солнца в момент захода будет больше зенитного расстояния верхней точки края диска на величину углового радиуса, примерно 16 угловых секунд.

Истинное зенитное расстояние с учетом рефракции больше видимого на 35 угловых секунд.

Суточный параллакс понижает светило над горизонтом. Наблюдатель смотрит на него с поверхности Земли, а истинное положение рассчитывается относительно центра Земли. Наблюдатель оказывается «выше» центра, поэтому кажется, что светило смещено вниз на величину горизонтального параллакса $p = R_z / r$, где R_z – радиус Земли, r – расстояние от Земли до Солнца. Параллакс Солнца составляет 8,79 угловой секунды.

Д) (4 балла) Часовой угол захода Солнца определим из формулы:

$$\cos z = \sin d \times \sin j + \cos d \times \cos j \times \cos t;$$

Откуда $\cos t = (\cos z - \sin d \times \sin j) / \cos d \times \cos j$;

С учетом пункта Г) зенитное расстояние центра диска Солнца будет $z = 90^\circ 51'$. Тогда $T_{\text{зах}} = \arccos t = 3^{\text{h}} 39^{\text{m}} 31^{\text{s}}$.

Ответы: а) $75^\circ 31'$; б) $13^{\text{h}} 26^{\text{m}} 42^{\text{s}}$; в) 142^{s} ; д) $3^{\text{h}} 39^{\text{m}} 31^{\text{s}}$

ЗАДАНИЕ 2 НАБЛЮДЕНИЕ ЗВЕЗДЫ

Звезда, эклиптические координаты которой $\lambda = 4^h45^m44^s$, $\beta = -22^\circ20'$ наблюдалась из некоторой точки поверхности Земли. Ее горизонтальные координаты в момент наблюдения были $A=00^h50^m16^s$, $h=12^\circ37'$. Наблюдение проводилось в $T_o = 4^h56^m$ по всемирному времени. Звездное время средней полночи в эти сутки на гринвичском меридиане составляло $S_o = 6^h57^m$

- А) Определите географические координаты места наблюдения.
- Б) Через какое время после наблюдения произойдет верхняя кульминация этой звезды.
- В) Определите часовой угол этой звезды в момент ее захода.
- Г) Определите зенитное расстояние этой звезды в момент нижней кульминации.

Подсказка: рефракцию не учитывать

Решение (20 баллов)

А) (5 баллов) Используя уравнения для преобразования эклиптических координат в экваториальные определим вторые экваториальные координаты звезды.

$$\begin{aligned}\sin d &= \sin b \cos e + \cos b \sin e \sin l \\ \cos d \sin a &= -\sin b \sin e + \cos b \cos e \sin l \\ \cos d \cos a &= \cos l \cos b\end{aligned}$$

из которых найдем что $\alpha = 4^h51^m$, $\delta = 0^\circ0'$.

Используя уравнения для преобразования экваториальных координат в горизонтальные определим географическую широту и часовой угол звезды.

$$\begin{aligned}\cos z &= \sin d \sin j + \cos d \cos j \cos t \\ \sin z \cos A &= -\sin d \cos j + \cos d \sin j \cos t \\ \sin z \sin A &= \cos d \sin t\end{aligned}$$

из которых найдем что $\varphi = 77^\circ05'$, $t = 0^h49^m$.

Используя формулу для связи всемирного времени со звездным, определим географическую долготу λ (не путать географическую долготу λ с эклиптической долготой также λ).

$$T_o = \left(s - S_o + \frac{\lambda}{24^h} \cdot 3^m56^s,55 \right) K - \lambda, \quad \text{где } K=365,2422/366,2422$$

Отсюда найдем географическую долготу $\lambda = -93^\circ19'$.

Б) (5 баллов) Время до верхней кульминации звезды найдем по формуле:

$$Dt = (24^h - t)K, \text{ где } K=365,2422/366,2422$$
$$Dt = 23^h 07^m$$

В) (5 баллов) Часовой угол звезды в момент ее захода найдем по формуле

$$t_z = \arccos(-\tan d \tan j) = 6^h 00^m 03^s.$$

Г) (5 баллов) Найдем зенитное расстояние звезды в нижней кульминации:

$$z_n = 180^\circ - (\delta + \varphi) = 102^\circ 55'$$

Ответы: А) $\varphi = 77^\circ 05'$, $\lambda = -93^\circ 19'$; Б) $Dt = 23^h 07^m$; В) $t_z = 6^h 00^m 03^s$; Г) $z_n = 102^\circ 55'$

ЗАДАНИЕ 3 ПОЛЁТ К ВЕНЕРЕ

Автоматическая межпланетная станция (АМС) совершает перелет с орбиты Земли к Венере по гомановской орбите.

А) В момент времени t_0 , когда АМС переходит на гомановскую орбиту, эклиптическая долгота Солнца равна $\lambda_c = 60^\circ$. Определите положение Венеры в эклиптической гелиоцентрической системе координат в момент времени t_0 .

Б) В момент времени t_1 угол истинной аномалии АМС равен $\theta = 270^\circ$. Вычислите, через какой промежуток времени τ (относительно t_1) АМС достигнет перигелия своей орбиты.

В) Вычислите фазу Венеры при наблюдении с АМС в момент времени t_1 .

Примечание: орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

Решение (20 баллов)

А) (4 балла) Большая полуось гомановской орбиты:
 $a = (a_0 + a_B)/2 = 0,86 \text{ а.е.}$

Время полета к Венере: $t_{\Pi} = \frac{a\sqrt{a}}{2} = 0,4 \text{ года}$. Угол φ_B , на который должна повернуться Венера относительно Солнца, чтобы достичь перигелия

гомановской орбиты АМС, равен $\varphi_B = \frac{2\pi}{T_B} t_{\Pi} = 234^\circ$. Эклиптическая гелиоцентрическая долгота Венеры $l_B = \lambda_C + (360^\circ - \varphi_B) = 186^\circ$. Эклиптическая гелиоцентрическая широта Венеры $b_B = 0^\circ$.

Б) (8 баллов) Эксцентриситет гомановской орбиты: $e = 1 - a_B/a = 0,16$.
Связь между истинной аномалией θ и эксцентрической аномалией E :

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg}\left(\frac{E}{2}\right)$$

Отсюда получаем $E = 2 \arctg\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = -80,8^\circ$, или, если начинать отсчет от перигелия в сторону вращения АМС вокруг Солнца, $E = 279,2^\circ$.

Средняя аномалия $M = E - e \sin E = 4,715$. С другой стороны $M = \frac{2\pi}{T}(T - \tau)$, где $T = a\sqrt{a} = 0,8$ года. Тогда $\tau = T - \frac{MT}{2\pi} = 0,2$ года.

В) (8 баллов) С момента перехода АМС на гомановскую орбиту (t_0) до момента времени t_1 прошло время $\Delta t = t_{\Pi} - \tau = 0,2$ года. За это время Венера повернется на угол $\varphi'_B = \frac{2\pi}{T_B} \Delta t = 117^\circ$ по отношению к своему положению в момент времени t_0 . Угловое расстояние между АМС и Венерой в момент времени t_1 равно

$$\Delta l = 360^\circ - (l_B + \varphi'_B) - 30^\circ = 27^\circ.$$

Линейное расстояние d между АМС и Венерой равно

$$d = \sqrt{a^2(1-e^2)^2 + a_B^2 - 2a(1-e^2)a_B \cos \Delta l} = 0,381 \text{ а.е.}$$

Тогда фазовый угол γ Венеры в момент времени t_1 равен

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{a(1-e^2)}{d} \sin \Delta l\right) = 87^\circ.$$

Фаза Венеры: $\Phi = \frac{1 + \cos \gamma}{2} = 0,53$.

ЗАДАНИЕ 4 ЗВЕЗДНАЯ ПЫЛЬ

Как известно, межзвездная среда заполнена пылевыми частичками, которые поглощают проходящее излучение. При этом, при прохождении излучением каждого кпк расстояния в межзвездной среде, интенсивность излучения ослабевает примерно в 3 раза.

Будем считать, что пылевые частички состоят из двух типов шариков, радиусы которых относятся как 15:1. При это процентное содержание частиц в межзвездной среде 2% и 98% соответственно. Каждый такой шарик полностью поглощает фотон излучения, если последний попадает в него. Также будем считать, что концентрация пылевых частичек достаточно мала, поэтому они не закрывают друг друга, не создавая тени.

А) Считая, что средняя концентрация пылевых частичек в межзвездной среде составляет $n = 100 \text{ частиц/см}^3$, определите радиусы обоих типов пылевых частиц.

Б) Определите, на сколько изменяется видимая звездная величина источника в межзвездной среде (по отношению к такому же источнику в вакууме) при прохождении излучением расстояния 1 кпк? На сколько изменится видимая звездная величина при прохождении излучением 500 пк? Какова общая зависимость от расстояния, пройденного излучением?

В) Звезда Поллукс находится на расстоянии 10,34 пк и имеет абсолютную звездную величину 1,09. Определите ее видимую звездную величину с учетом межзвездного поглощения.

Г) Как поменяется ответ в пункте Б, если радиусы всех пылевых частиц уменьшатся в 3 раза?

Справочные данные: 1 пк принять равным $3,1 \cdot 10^{16} \text{ м}$.

Решение (20 баллов)

А) (5 баллов)

Так как частички не закрывают друг друга, то общая площадь их поперечных сечений должна составлять $2/3$ от площади поперечного сечения ΔS элемента объема ΔV , в котором распространяется излучение. Получим:

$$\frac{2}{3} = \frac{0,02 n \Delta V \pi 225 r^2}{\Delta S} + \frac{0,98 n \Delta V \pi r^2}{\Delta S} = 5,48 n \pi \Delta l r^2 .$$

Здесь r – радиус частиц второго типа. Получим:

$$r = 3,54 \text{ нм}.$$

Таким образом, радиусы пылевых частиц 35,4 нм и 3,54 нм.

Б) (5 баллов)

По формуле Погсона, получим:

Для 1 кпк:

$$\Delta m = 2,5 \log 3 = 1,19 .$$

Так как при прохождении излучением каждого кпк, интенсивность ослабевает в три раза, то общая формула имеет вид:

$$\Delta m = 2,5 \log 3^R = 1,19 R .$$

Здесь расстояние R измеряется в кпк. Соответственно, для 500 пк получим:

$$\Delta m = 2,5 \log \sqrt{3} = 0,60.$$

В) (5 баллов)

В отсутствии поглощения межзвездной средой, получим:

$$m = M + 10 + 5 \log R = 1,16.$$

Воспользовавшись формулой из п Б, в случае присутствия межзвездной среды получим:

$$m = 1,16 + 1,19R = 1,17.$$

Г) (5 баллов)

Если радиус всех пылевых частичек уменьшится в 3 раза, то их эффективная площадь уменьшится в 9 раз. Следовательно, она уже будет занимать не $2/3$, а $2/27$ площади поперечного сечения рассматриваемого элемента. Таким образом, на 1 кпк излучение ослабнет в $27/25$ раз. Получим формулу:

$$\Delta m = 2,5 \log \left(\frac{27}{25} \right)^R = 0,084 R.$$

Для 1 кпк $\Delta m = 0,084$, для 500 пк $\Delta m = 0,042$.

Ответы: А) 35,4 нм и 3,54 нм. Б) 1,19; 0,60; 0,19R. В) 1,17. Г) 0,084; 0,042; 0,084 R.

ЗАДАНИЕ 5
КОСМОЛОГИЧЕСКОЕ РАСШИРЕНИЕ

По данным наблюдений телескопа «Джеймс Уэбб» в современную эпоху плотность обычной материи составляет $1,6 \cdot 10^{-28} \text{ кг/м}^3$, темной материи $1,0 \cdot 10^{-27} \text{ кг/м}^3$, а темной энергии $1,1 \cdot 10^{-26} \text{ кг/м}^3$. Из данных наблюдений также получено, что на расстоянии 3,6 млрд. пк галактики удаляются от нас со скоростью, в точности равной скорости света. Будем считать, что движение галактик является результатом космологического расширения.

А) Определите значение постоянной Хаббла в современную эпоху.

Б) Определите кривизну пространства (отрицательная, положительная или нулевая)

В) Найдите значение масштабного фактора в современную эпоху (в пк).

Указание: полученное в п. Г уравнение можно решить приближенно.

Гравитационную постоянную считать равной $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$, 1 пк принять равным $3,1 \cdot 10^{16} \text{ м}$, скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Решение (20 баллов)

А) (5 баллов)

Согласно закону Хаббла, получим:

$$v = HD,$$

где H – постоянная Хаббла, D – расстояние до галактики, а v – ее скорость. В нашем случае $v=c$, поэтому

$$H = c/D = 83,3 \text{ км/с/Мпк}.$$

Б) (5 баллов)

Найдем критическую плотность Вселенной:

$$\rho_{\text{крит.}} = \frac{3H^2}{8\pi G} = 12,93 \cdot 10^{-27} \text{ кг/м}^3.$$

С другой стороны, полная плотность $12,16 \cdot 10^{-27} \text{ кг/м}^3$. Так как полная плотность больше критической, то реализуется открытая модель Фридмана (Вселенная с отрицательной кривизной).

В) (10 баллов)

Запишем уравнение Фридмана:

$$3H^2 + \frac{3\varepsilon}{R^2} = \frac{8\pi G}{c^2} \rho.$$

Здесь ρ – полная плотность Вселенной. Для модели Фридмана с отрицательной кривизной $\varepsilon = -1$. Поэтому получим:

$$R = c \sqrt{\frac{3}{8\pi G(\rho_{\text{крит.}} - \rho)}} = 14,8 \text{ млрд. пк.}$$

Ответы: А) $83,3 \text{ км/с/Мпк}$; Б) отрицательная кривизна; В) 14,8 млрд.

пк