

ВАРИТАНТ 1

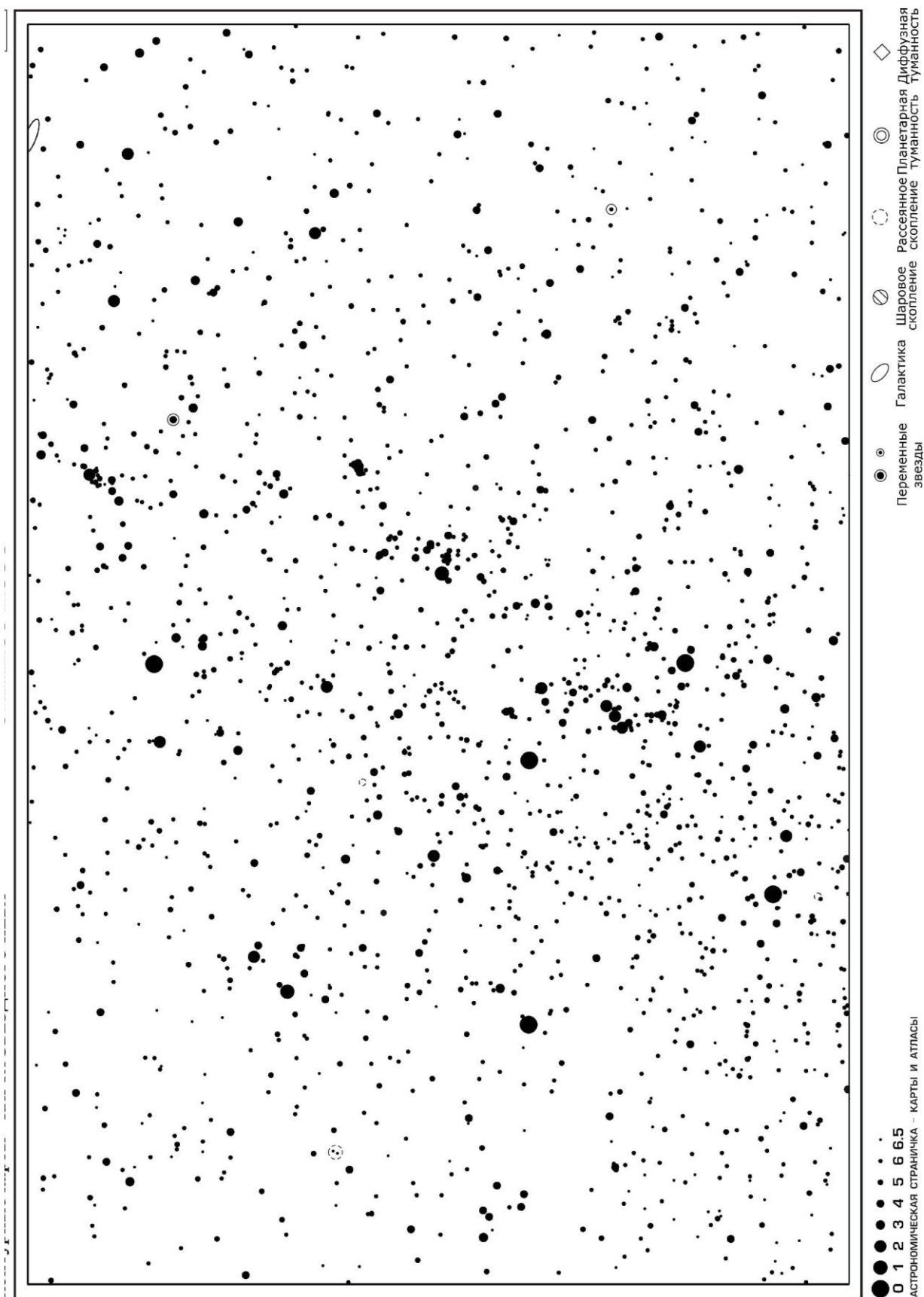
ЗАДАНИЕ 1 ЗВЕЗДНОЕ НЕБО

На фрагмент карты звёздного неба:

- а) Нанесите координатную сетку (примерно).
- б) Обозначьте на карте и подпишите известные Вам созвездия (10 созвездий).
- в) Обозначьте цифрами известные Вам звезды (10 звезд). Составьте таблицу в которой приведите их имена собственные на русском языке и обозначения по каталогу Байера-Флемстида по аналогии с примером.

1	α Лирь	Вега	α Lyr
2			

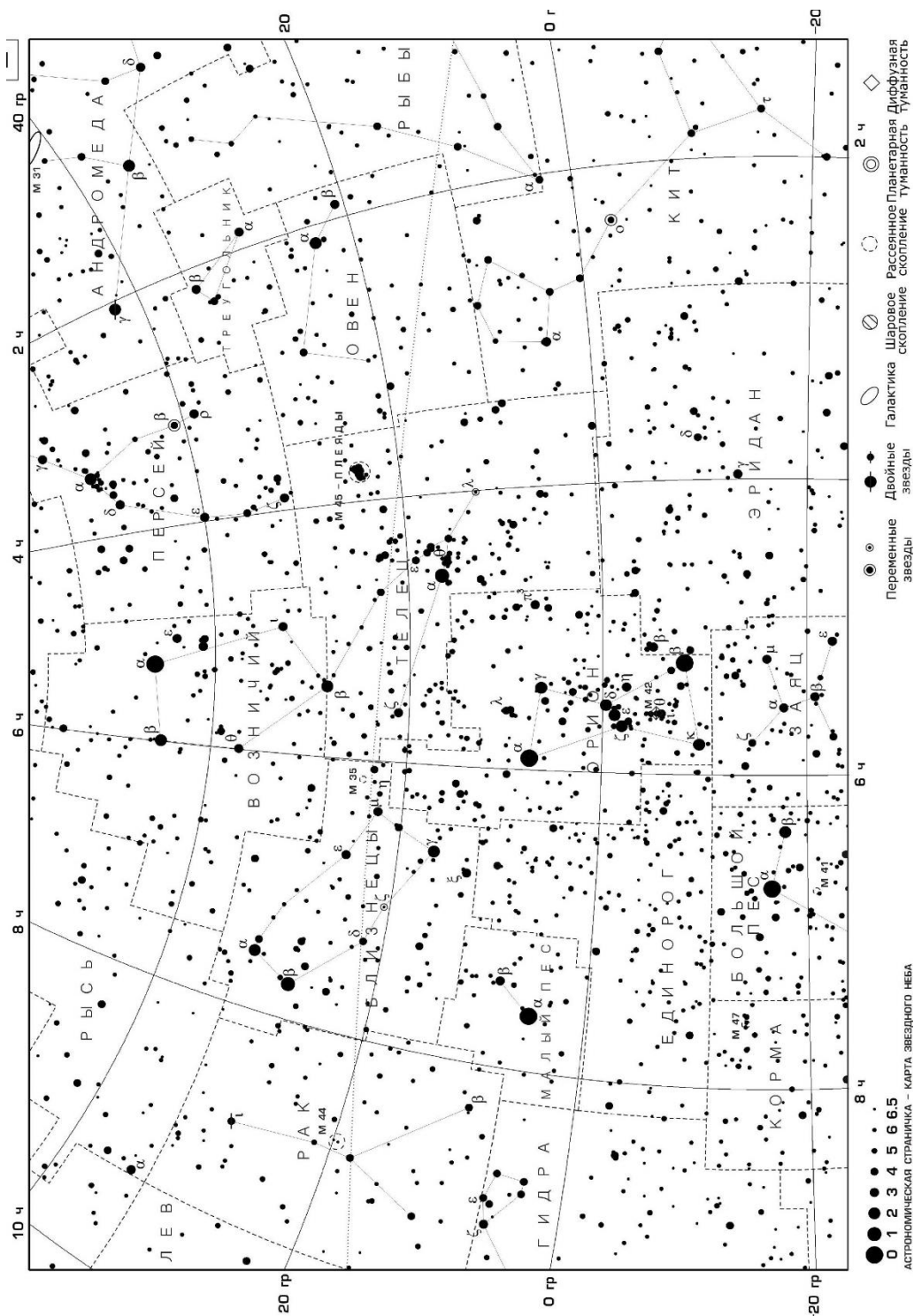
- г) В какое время года лучше всего наблюдать созвездия, расположенные в центре карты? Почему?



Решение задачи 1 (20 баллов)

Пункты: а) (4 балла) , б) (6 баллов) , в) (6 баллов) смотри на карте ниже.

Пункт г) (4 балла) - зимой.



ЗАДАНИЕ 2 НАБЛЮДЕНИЕ ЗВЕЗДЫ

Наблюдение звезды с координатами $(\alpha = 14^h 16^m, \delta = 19^\circ 11')$ из некоторой точки поверхности Земли показало, что под плоскостью математического горизонта она находится в течение одной трети звездных суток.

А) Определите, чему равна географическая широта места наблюдения?

Б) Во сколько раз в дни солнцестояний продолжительность дня в месте наблюдения больше продолжительности ночи?

В) Какова максимально возможная продолжительность наблюдения этой звезды в течение года?

Г) Когда (число, месяц) это возможно?

Д) Предположим, что наблюдатель с географической широты φ переместился на широту $\varphi/2$. Во сколько раз время нахождения звезды под математическим горизонтом будет меньше звездных суток?

Указание: При решении задачи влияние атмосферы не учитывать.

Решение задачи 2. (20 баллов)

А) (4 балла) Так, как звезда под плоскостью математического горизонта находится в течение одной трети звездных суток, то над плоскостью математического горизонта она находится в течение двух третей звездных суток или 16 часов. Тогда часовой угол захода звезды в месте наблюдения будет равен $t = 8^h = 120^\circ$. Из формул параллактического треугольника следует:
 $\cos t = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta$. Откуда широта места наблюдения будет:
 $\varphi = \arctan\left(-\frac{\cos t}{\tan \delta}\right) = \arctan\left(-\frac{\cos 120^\circ}{\tan 19^\circ 11'}\right) = 55^\circ$.

Б) (4 балла) Часовые углы захода Солнца в дни солнцестояний:

$$t_{s1} = \arccos\left(\frac{\cos z_s - \sin \varphi \cdot \sin \delta_1}{\cos \varphi \cdot \cos \delta_1}\right) = \arccos\left(\frac{\cos 90^\circ 51' - \sin 55^\circ \sin 23^\circ 26'}{\cos 55^\circ \cdot \cos 23^\circ 26'}\right) = 8,7^\circ;$$

$$t_{s2} = \arccos\left(\frac{\cos z_s - \sin \varphi \cdot \sin \delta_2}{\cos \varphi \cdot \cos \delta_2}\right) = \arccos\left(\frac{\cos 90^\circ 51' + \sin 55^\circ \sin 23^\circ 26'}{\cos 55^\circ \cdot \cos 23^\circ 26'}\right) = 3,57^\circ.$$

Летом продолжительность дня больше продолжительности ночи в:

$$N_1 = \frac{2 \cdot t_{s1}}{2 \cdot 12^h - 2 \cdot t_{s1}} = 2,646; \text{ Зимой - } N_2 = \frac{2 \cdot t_{s2}}{2 \cdot 12^h - 2 \cdot t_{s2}} = 0,423.$$

В) (4 баллов) Максимально возможная продолжительность наблюдения звезды возможна во время противостояния звезды и Солнца. Тогда ее можно наблюдать в течение всей ночи. Во время противостояния звезды прямое восхождение Солнца будет $\alpha_s = 14^h 16^m - 12^h$. Склонение Солнца находим из формул сферического (параллактического) треугольника. Тогда координаты Солнца будут ($\alpha_s = 2^h 16^m, \delta_s = 13^\circ 38'$). Время возможного наблюдения от начала вечерних навигационных сумерек до окончания утренних навигационных сумерек составляет:

$$\tau = 24^h - 2 \cdot \arccos \left(\frac{\cos 96^\circ - \sin \delta_s \sin \varphi}{\cos \delta_s \cos \varphi} \right) = 7^h 40^m. \text{ Оно меньше}$$

времени нахождения ее над горизонтом, поэтому максимально возможная продолжительность наблюдения этой звезды в течение года: $\Delta \tau = 7^h 40^{min}$.

Г) (4 балла) День года можно определить, зная прямое восхождение Солнца α_s . В полдень 22 марта звездное время примерно равно 0^h , т.е. $\alpha_s = 0^h$. С каждым сутками оно возрастает на $3^m 56^s,55$. Из этого следует: $\alpha_s = N \cdot 3^m 56^s,55$. Тогда день года будет $N = \alpha_s / 3^m 56^s,55$.

$2^h 16^m / 3^m 56^s,55 = 34$, т.е. 34 день от 22 марта. Это примерно 26 апреля ($\pm$ одни сутки).

Д) (4 балла) В этом случае время нахождения звезды под горизонтом будет меньше звездных суток в:

$$N = \frac{180^\circ}{180^\circ - \arccos \left(-\tan \delta \cdot \tan \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right)} = \frac{180^\circ}{180^\circ - \arccos \left(-\tan 19^\circ 11' \cdot \tan \left(\frac{55^\circ}{2} \right) \right)} = 2,25 \text{ раз.}$$

ЗАДАНИЕ 3 НАБЛЮДЕНИЯ В ТЕЛЕСКОП

Одними из самых интересных объектов во Вселенной являются квазары. Недавно при проведении наблюдений был обнаружен квазар имеющий красное смещение $Z = 6,5$. Зная, что абсолютная звездная величина Нашей Галактики равна $M = -21$ определите:

А) Скорость удаления от Нашей Галактики квазара?

Б) Расстояние до квазара.

В) Какую проникающую способность должен иметь телескоп, чтобы с расстояния квазара увидеть Нашу Галактику?

Г) Чему при этом равна разрешающая способность телескопа?

Д) Можно ли увидеть в этот телескоп шаровое скопление из $N=1000$ звёзд, звёздная величина которых $m_0=15$.

Е) При проведении астрономических наблюдений важное значение имеет температура воздуха и ее стабильность. Земля, двигаясь вокруг Солнца по эллиптической орбите, в январе бывает ближе к Солнцу почти на 5 млн. км, чем в июле. Так почему же в январе у нас холоднее, чем в июле?

Ж) Современные телескопы сооружают в необитаемых местах, вдали от цивилизации, дабы максимально исключить засветку, вибрации и атмосферные циркуляции. Представьте, что Вы оказались на такой изолированной астрономической обсерватории в день весеннего равноденствия. В истинный полдень Вам удалось установить, что длина тени от вертикального шеста равна четверти ее высоты. В этот момент Ваш мобильный телефон показывал 22.00 всемирного времени. Также Вы установили, что Солнце по небосводу движется справа налево. Определите географические координаты этой астрономической обсерватории.

Решение задачи 3. (20 баллов)

А) (2 балла) Скорость удаления определим из релятивистского эффекта Доплера по формуле

$$v = \frac{(Z^2 + 2Z)c}{Z^2 + 2Z + 2} = 289500 \text{ км/с.}$$

Б) (2 балла) Расстояние до квазара (от квазара до Нашей Галактики определим из закона Хаббла).

$$r = \frac{v}{H},$$

где v - скорость удаления Галактики которую уже нашли выше.

$$\text{Тогда } r = \frac{289500}{75} = 3860 \text{ МПК}$$

В) (2 балла) Проницающая способность телескопа должна быть $m_{\text{пр}} > m_{\text{нг}}$.

$$M_{\text{нг}} = m_{\text{нг}} + 5 - 5 \lg r,$$

где $m_{\text{нг}}$ и $M_{\text{нг}}$ видимая звездная величина и абсолютная звездная величина Нашей Галактики с расстояния квазара, r - расстояние до квазара. Откуда $m = M - 5 + 5 \lg r$.

$$m_{\text{нг}} = -21 - 5 + 5 \lg 3860 \cdot 10^6 = 22$$

Таким образом, видимая звездная величина Нашей Галактики с расстояния квазара будет равна $m_{\text{нг}} = 22$. Проницающая способность телескопа $m_{\text{пр}} > 22$.

Г) (2 балла) Разрешающая способность телескопа (дифракционный предел) определяется по формуле $\alpha'' = 1,22 \frac{\lambda}{D}$, где λ – длина волны (550 нм).

Можно также использовать приведённую формулу

$$\alpha'' = \frac{138''}{D_T},$$

где D_T - диаметр объектива телескопа выраженной в миллиметрах.

Проницающая способность телескопа при идеальных атмосферных условиях определяется как

$$m_T = 2,1 + 5 \lg D_T,$$

где D_T - диаметр объектива телескопа выраженной в миллиметрах. Откуда находим D_T .

$$D_T = 10^{(m_T - 2,1)/5} = 9550 \text{ мм}$$

$$\text{Тогда } \alpha'' = 138/9550 = 0,0145''.$$

Д) (4 балла) Светимость шарового скопления $L = NL_0$, где N – число звёзд в скоплении, а L_0 – светимость каждой звезды. Тогда

$$\frac{L}{L_0} = 2,512^{m_0 - m},$$

где m – видимая звёздная величина скопления.

Если $m < m_{\text{пр}}$, то его можно будет увидеть в телескоп.

Если $m > m_{\text{пр}}$, то нет.

Определим m шарового скопления

$$N = 2,512^{m_0 - m}.$$

Откуда $m = m_0 - 2,5 \lg N = 15 - 2,5 \cdot 3 = 7,5$

Таким образом $m < m_{\text{пр}}$. Значит, можно будет увидеть в телескоп шаровое скопление.

Е) (4 балла) Основная причина сезонных изменений температуры и климата на Земле связана с углом наклона ее оси вращения к плоскости орбиты, который составляет около $66^\circ 33'$. Это определяет высоту Солнца над горизонтом (летом она значительно выше чем зимой) и продолжительность дня (летом день длиннее). Т.е. летом больше солнечной энергии попадает на Землю в северном полушарии. Зимой наоборот. Для средней полосы это разница достигает нескольких раз. За счет большей близости Земли к Солнцу зимой чем летом, она получает больше тепла всего на несколько процентов.

Ж) (4 балла) Поскольку Солнце по небосводу движется справа налево, то обсерватория находится в южном полушарии.

Высота Солнца над горизонтом равна $h = \text{tg} 4 \approx 76^\circ$. Так как в день весеннего равноденствия склонение Солнца равно нулю, то географическая широта обсерватории будет $\varphi = -(90^\circ - 76^\circ) = -14^\circ$.

Пренебрегая уравнением времени географическая долгота будет равна разности местного среднего солнечного времени и всемирного времени (его показывают часы на сотовом телефоне) $\lambda = 12^{\text{h}} - 22^{\text{h}} = -10^{\text{h}} = -150^\circ$.

Таким образом, географические координаты обсерватории: 14 градусов южной широты и 150 градусов западной долготы.

ЗАДАНИЕ 4

АБЕРРАЦИЯ

Космический аппарат, имеющий прецизионный прибор для изучения абберационного смещения звезд, расположен в точке Лагранжа L2 некоторой планеты солнечной системы. За время одного оборота вокруг Солнца аппарат передал на Землю 10 значений абберационного угла β , измеренного для некоторой звезды при различном положении аппарата на своей орбите (см. таблицу). Положение аппарата на орбите определяется углом ϕ , аналогичным по смыслу гелиоцентрической эклиптической долготе планеты, однако отсчет угла ϕ начинается, когда скорость аппарата направлена на звезду.

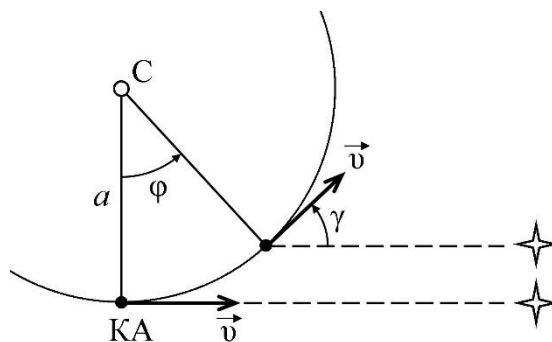
Таблица. Значения абберационного угла β для различных положений космического аппарата на орбите

i	$\phi, ^\circ$	$\beta, ''$
1	12	2,83
2	61	20,93
3	92	23,58
4	140	14,63
5	155	11,88
6	182	0,10
7	210	-12,48
8	229	-20,06
9	252	-23,32
10	348	-5,78

- Используя график зависимости β от $\sin\phi$, найдите постоянную k годичной аберрации (с точностью до сотых долей угловой секунды).
- Определите пространственную скорость v аппарата (в км/с; с точностью до сотых долей).
- Установите, в точке Лагранжа L2 какой планеты находится космический аппарат.

Решение (20 баллов)

а) (8 баллов) Угол поворота ϕ позволяет определить угол γ между направлением вектора скорости аппарата и направлением на звезду. Из рисунка следует, что $\phi = \gamma$. Абберационный угол определяется согласно выражению



$$\beta = 206264,8'' \frac{v}{c} \sin \gamma = 206264,8'' \frac{v}{c} \sin \varphi$$

Следовательно, между β и $\sin \varphi$ линейная зависимость, если полагать постоянным значением скорости аппарата.

Из графика зависимости β от $\sin \varphi$ можно найти угловой коэффициент, равный постоянной годичной абберрации

$$k = 206264,8'' \frac{v}{c}.$$

Метод I. По среднему значению.

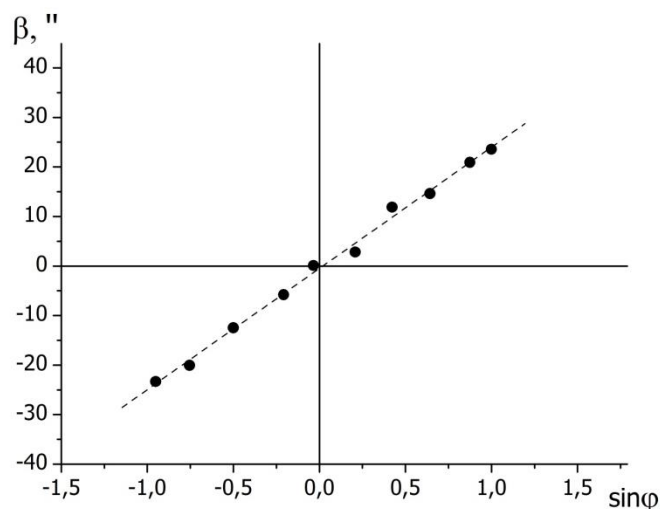
$$k_i = \frac{\beta_i}{\sin \varphi_i}; \quad k = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} k_i = 21,30''.$$

Метод II. Метод парных точек.

Угловой коэффициент для пары точек $(\sin \varphi_i; \beta_i)$ и $(\sin \varphi_j; \beta_j)$, где $j > i$ (всего 45 пар точек):

$$k_m = \frac{\beta_j - \beta_i}{\sin \varphi_j - \sin \varphi_i}, \quad \text{где } m = \overline{1; 45};$$

$$k = \frac{1}{45} \sum_{m=1}^{45} k_m = 24,41''$$



Метод III. Метод наименьших квадратов (МНК).

$$\beta = k \sin \varphi, \quad \text{где } k = \frac{\langle \beta \sin \varphi \rangle - \langle \beta \rangle \langle \sin \varphi \rangle}{\langle \sin^2 \varphi \rangle - \langle \sin \varphi \rangle^2} = 24,47''.$$

б) **(6 баллов)** Из выражения $k = 206264,8'' \frac{v}{c}$ находим, что

$$v = \frac{kc}{206264,8''} = 35,57 \text{ км/с, если } k = 24,47'' \text{ (значение, найденное по методу наименьших квадратов).}$$

в) **(6 баллов)** Зная скорость аппарата (которая равна орбитальной скорости планеты), определим большую полуось орбиты планеты:

$$a = \frac{GM}{v^2} = 0,705 \text{ а.е.}$$

По полученному значению можно сделать вывод, что аппарат находится в точке L2 планеты Венера.

Ответ: а) $k = 24,47''$ (по МНК);

б) $v = 35,57$ км/с; в) Венера.

ЗАДАНИЕ 5 ИЗЛУЧЕНИЕ КВАЗАРОВ (20 баллов)

В рамках наблюдательного эксперимента по изучению темной энергии DESI, проводились спектрометрические наблюдения за двумя квазарами. При этом изучались эмиссионные спектральные линии некоторых атомов и ионов, характеристики которых, измеренные в наземной лаборатории, представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Обозначения и длины волн некоторых спектральных линий, наблюдаемых у квазаров

Атом (ион)	Название линии	Длина волны, нм
водород	Ly- α	121,57
гелий	HeII	153,65
углерод	CIV	154,94
углерод	CIII	190,92
магний	MgII	278,87
водород	H- γ	436,32
водород	H- β	486,11

После идентификации спектральных линий на спектрах квазаров, получены следующие результаты для измеренных длин волн линий квазаров (Таблица 2.)

Квазар 1		Квазар 2	
Линия	Длина на спектре квазара, нм	Линия	Длина на спектре квазара, нм
Ly- α	393,8	Ly- α	299,2
HeII	499,1	HeII	378,4
CIV	500,5	CIV	381,1
CIII	615,4	CIII	464,3
MgII	901,8	MgII	685,1
H- γ	1402,3	H- γ	1069,2

H-β	-	H-β	1189,4
-----	---	-----	--------

- а) Считая, что смещение спектральных линий вызвано только космологическим красным смещением, построить модель линейной регрессии для определения красного смещения z обоих квазаров;
 б) Определить красное смещение z_1 для квазара 1 и красное смещение z_2 для квазара 2.
 в) Оцените погрешности найденных в п. б значений.
 г) Исходя из плоской модели Фридмана (без учета темной энергии) оцените, в какое время после Большого Взрыва было испущено исследуемое излучение обоими квазарами. Время жизни Вселенной принять равным 14 млрд. лет. Излучение какого из двух квазаров было испущено раньше? На сколько лет?

а) (4 балла)

Возьмем в качестве X длину спектральной линии, измеренную в лаборатории, а в качестве Y длину спектральной линии, измеренную по спектру квазара. Тогда получим уравнение линейной регрессии с нулевым свободным членом:

$$Y = (z + 1)X.$$

б) (6 баллов)

Проведем вычисления по методу наименьших квадратов. Для квазара 1:

$$S_X = \sum_{i=1}^6 x_i x_i = 190375,1 \text{ нм}^2;$$

$$S_Y = \sum_{i=1}^6 y_i y_i = 3813085 \text{ нм}^2;$$

$$S_{XY} = \sum_{i=1}^6 x_i y_i = 1182937,1 \text{ нм}^2.$$

Таким образом $z = S_{XY}/S_X - 1 = 2,4$

Для квазара 2:

$$S_X = \sum_{i=1}^7 x_i x_i = 588511,7 \text{ нм}^2;$$

$$S_Y = \sum_{i=1}^7 y_i y_i = 3620742 \text{ нм}^2;$$

$$S_{XY} = \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 1477953,1 \text{ нм}^2.$$

Таким образом $z = S_{XY} / S_X - 1 = 1,5$

в) (6 баллов) Погрешность найденного значения коэффициента найдем по формуле:

$$\Delta z = \sqrt{\frac{S_Y - \frac{S_{XY}^2}{S_X}}{(N-2)S_X}}.$$

Для квазара 1 получим $\Delta z = 0,3$, для квазара 2 получим $\Delta z = 0,2$.

г) (4 балла) Согласно плоской модели Фридмана,

$$K \sim (z + 1)^{-1} \sim t^{3/2}$$

Таким образом, время испускания излучения квазаром $t_{\text{и}}$:

$$t_{\text{и}} = t_{\text{В}} / (z + 1)^{2/3} = 6,2 \text{ млрд. лет.}$$

(для квазара 1),

$$t_{\text{и}} = t_{\text{В}} / (z + 1)^{2/3} = 7,6 \text{ млрд. лет.}$$

(для квазара 2)

Ответ: а) $Y = (z + 1)X$;

б) 2,4: 1,5; в) 0,3; 0,2 г) 6,2 млрд. лет; 7,6 млрд. лет. Излучение первого, на 1,4 млрд. лет.