Задача A. Интересные степени

Автор задачи: Александр Кривошеев
Теги: математика

Если упростить выражение, то становится понятно, что для любого n ответ будет числом 42.

Задача B. Сумма меньших

Автор задачи: Александр Кривошеев
Теги: линейные массивы

Используйте массив для хранения чисел. После этого посчитайте нужную сумму.

Задача C. Чёрный квадрат

Автор задачи: Андрей Мищенко
Теги: математика

Наибольший возможный размер стороны квадрата равен $\min(h_1, h_2, h_3, h_4)$. Тогда ответ равен $h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - 4 \cdot \min(h_1, h_2, h_3, h_4)$.

Задача D. Шерлок и симметрия

Автор задачи: Александр Кривошеев
Теги: двумерные массивы, перебор

Переберём все пары (i, j). Если $a_{i,j} = a_{j,i}$, то увеличим ответ.

Задача E. Шерлок-программист

Автор задачи: Андрей Мищенко
Теги: поиск максимума

Давайте находить человека, который будет находится раньше всех в таблице. Это можно делать за $O(n)$. После будем удалять этого человека и снова повторять процесс, пока не составим всю итоговую таблицу.

Задача F. Шерлок и волшебная клетка

Автор задачи: Александр Кривошеев
Теги: реализация, математика

Выгодным способом будет сделать волшебную клетку в $(1, 1)$. Фигура сразу может ходить как конь и ладья. Ладья может посетить все клетки не более чем за два хода. Ваша задача — узнать, какие клетки фигура сможет посетить за один ход, все остальные клетки будут посещены за два хода.

Задача G. Хорошие подмассивы

Автор задачи: Александр Кривошеев
Теги: сортировка, двоичный перебор, динамическое программирование

Для начала заметим, что числа должны идти в невозрастающем порядке. Отсортируем числа по невозрастанию. Теперь переберём все возможные варианты за $O(2^n)$.

Также задачу можно решить при помощи динамического программирования за $O(n^2)$.

Задача H. Обыкновенный массив

Автор задачи: Александр Кривошеев
Теги: реализация, линейные массивы

Пусть изначально массив будет состоять из одного числа a_1. Будем по порядку добавлять в конец последующие числа. Пусть текущий максимум в массиве равен Max, а число, которое мы добавляем в конец, равно val. Тогда есть два случая:

1. Если $Max \leqslant val$, то мы хотим приравнять все числа в текущем массиве к значению val. Так как все числа равны Max, то мы приравняем эти числа за $val - Max$ ходов.

2. Если $Max > val$, то мы хотим сделать последнее число равным Max. Для этого нужно посмотреть на последнее добавленное число до него. Пусть это число равно x. Если $x \leqslant val$, то нам не придётся делать лишних ходов. Иначе нужно сделать val равным x, и на это понадобится $x - val$ ходов.

Задача I. Строгая задача

Автор задачи: Андрей Мищенко
Теги: дерево, сложные структуры данных, small-to-large

Давайте решим задачу оффлайн за $O(n^2)$. Напишем обход по дереву и для каждого поддерева будем хранить все числа в поддереве в отсортированном порядке. За $O(log(n))$ будем находить ответ для этой вершины. На полный балл применим то же решение, но добавим метод *small-to-large*. Получим решение, асимптотика которого равна $O(n \cdot log^2(n))$.

Задача J. Лестрейд и заключённые

Автор задачи: Андрей Мищенко
Теги: реализация, математика

Количество искомых способов будет равно $\binom{n}{k}$. Рассмотрим выражение: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$. Наша задача — узнать, делится ли значение этого выражения на 2. Положим, что $f(x) = j$, где j — максимальное натуральное число такое, что $x!$ делится на 2^j. Тогда ответ делится на 2, если $f(n) - (f(k) + f(n-k)) > 0$, иначе — не делится.

Значение $f(x)$ можно найти при помощи алгоритма:
http://www.e-maxx-ru.1gb.ru/algo/factorial_divisors

Задача K. Периодичные числа

Автор задачи: Андрей Мищенко
Теги: математика

Давайте возьмём любое периодичное число и выпишем все его периоды. Тогда можно показать, что минимальный период числа будет равен gcd всех периодов этого числа. Пусть $f(i)$ равно количеству чисел длиной n, для которых i — период. Давайте научимся считать $p(i)$ — количество чисел длиной n, для которых i — минимальный период. $p(i) = f(i) - \sum p(j)$, где j — делитель i. Ответ — это сумма всех $p(i)$.

Итоговая асимптотика решения — $\mathrm{O}(d(n)^2)$, где $d(n)$ — количество делителей n.

Задача L. Крутой палиндром

Автор задачи: Андрей Мищенко
Теги: сложные структуры данных

Для начала нужно понять, какие строки являются крутыми палиндромами. Допустим, выполняется условие, что все подстроки длины три — палиндромы, тогда все подстроки нечётной длины тоже будут палиндромами.

Чтобы строка была крутым палиндромом, нужно, чтобы все подстроки длины три были палиндромами. Но если все подстроки длины три — палиндромы, тогда все символы на чётных позициях равны, и все символы на нечётных позициях равны.

Теперь можно написать решение, где нет запроса $reverse$, при помощи дерева отрезков. Для того чтобы добавить запрос $reverse$, давайте воспользуемся декартовым деревом по неявному ключу.

Областная интернет-олимпиада 2020. Основной тур, 19 сентября 2020. Разбор задач

Сборы перед третьим этапом областной олимпиады IV-IX классов, апрель 2022. День 5
https://youtu.be/44PW7Yc2mqw

Задача E. Шерлок-программист

Разбор: Егор Круц

00:23

Задача F. Шерлок и волшебная клетка

Разбор: Егор Круц

01:55

Задача G. Хорошие подмассивы

Разбор: Егор Круц

03:04

Задача H. Обыкновенный массив

Разбор: Егор Круц

05:26

Задача I. Строгая задача

Разбор: Тимофей Булавко

06:59

Задача J. Лестрейд и заключённые

Разбор: Егор Круц, Тимофей Булавко

11:07

Задача K. Периодичные числа

Разбор: Егор Круц, Тимофей Булавко

14:34