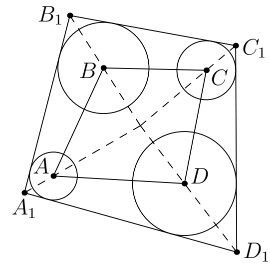
10.5. Длины сторон AB, BC, CD, AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны 16, 13, 14, 17 соответственно. Нарисованы окружности $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ с центрами в вершинах A, B, C, D и радиусами 2, 6, 3, 9 соответственно. Общие внешние касательные к окружностям $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ пересекаются в точках A_1, B_1, C_1, D_1, как изображено на рисунке справа.



Докажите, что прямые AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 пересекаются в одной точке.

10.6. Для последовательности из нулей и единиц Вася делает ходы следующего вида, пока процесс не закончится:

- Если первая цифра последовательности равна нулю, эта цифра удаляется.
- Если первая цифра – единица и цифр хотя бы две, Вася меняет две первые цифры местами и записывает полученную последовательность справа налево, заменяя единицы нулями, а нули единицами.
- Если последовательность пустая или состоит из одной единицы, процесс заканчивается.

Найдите количество последовательностей длины 2025, начиная с которых Вася получит пустую последовательность.

10.7. Для каждого натурального числа n выпишем в возрастающем порядке все его натуральные делители: $1 = d_1 < d_2 < \ldots < d_k = n$.

Найдите все n такие, что $2025 \cdot n = d_{20} \cdot d_{25}$.

10.8. Дано множество S, состоящее из $n \geqslant 3$ натуральных чисел. Известно, что, если для некоторых (необязательно различных) чисел a, b, c, d из S выполняется равенство $a - b = 2(c - d)$, то $a = b$ и $c = d$. Обозначим, через M наибольший элемент множества S.

а) Докажите, что $M > \dfrac{n^2}{3}$.

б) Для $n = 1024$ найдите наименьшее возможное значение числа M.