ВАРИАНТ 1

ЗАДАНИЕ 1
АЗИМУТ ЗВЕЗДЫ

Звезда α-Волопаса склонение которой δ =+19º36′ наблюдалась в Могилеве в некоторый момент времени. Ее часовой угол в этот момент составлял t = 48º31′.

А). Вычислить зенитное расстояние и азимут α-Волопаса в момент наблюдения. Географическую широту Могилева принять равной φ = 53º42′.

Б). Найти разницу зенитных расстояний α-Волопаса при ее разноименных кульминациях, если верхняя кульминация наблюдалась на юге от зенита.

В). Определить звездное время в Могилеве, географическая долгота которого λ = 30º21′ в восемь часов вечера 28 апреля.

ЗАДАНИЕ 2
ЗВЕЗДА

Во время летнего солнцестояния в полночь, звезда, находящаяся в противостоянии с Солнцем, находится в зените. Ее высота в течение суток в данном месте изменяется от 0 до 90 градусов. Эта звезда находится на главной последовательности. Эффективная температура ее поверхности Т = 11000К.

А). Пренебрегая рефракцией, уравнением времени и аберрацией, определите эклиптические координаты звезды.

Б). Оцените ее радиус и массу (в единицах Солнца).

В). Оцените ее абсолютную звездную величину и полное время нахождения на главной последовательности (в годах).

Г). Определить, на каком расстоянии эта звезда имеет такую же видимую звездную величину, что и Солнце на расстоянии 30 пк?

Д). Во сколько раз радиус этой звезды больше радиуса соседней звезды, если максимумы в их спектрах излучения отличаются на 20%, а светимости в 20 раз? Звезды считать абсолютно черными телами.

Е). Наблюдатели каких географических широт можно будет наблюдать на небе эту звезду в верхней кульминации?

Примечание: 1). Наблюдения проводятся в Южном полушарии Земли.

2). Температура Солнца T_C = 5780 К, а его абсолютная звездная величина 4,8.

ЗАДАНИЕ 3
ГРАВИТАЦИОННЫЙ МАНЕВР

Автоматическая межпланетная станция (АМС) земного происхождения входит в сферу действия Юпитера. Гелиоцентрическая скорость АМС в этот момент равна 7,43 км/с и сонаправлена с вектором орбитальной скорости Юпитера.

а) Вычислите большую полуось a орбиты АМС в сфере действия Юпитера.

б) Получите зависимость эксцентриситета e орбиты АМС в сфере действия Юпитера от значения прицельного параметра b, выраженного в единицах радиуса ρ сферы действия Юпитера, если эксцентриситет определяется выражением

$$e = \left(1 + 2\frac{\varepsilon l^2}{G^2 M_{Ю}^2}\right)^{0,5},$$

где ε – удельная полная механическая энергия АМС в сфере действия Юпитера, l – удельный момент импульса АМС относительно Юпитера.

в) Определите угол φ между векторами юпитероцентрической скорости АМС при входе и выходе из сферы действия как функцию от параметра b, выраженного в единицах радиуса ρ.

г) Вычислите максимально возможное увеличение модуля гелиоцентрической скорости $\Delta\upsilon_{АСМ}$ межпланетной станции при таком гравитационном маневре.

Примечание: орбиту Юпитера считайте круговой с радиусом $a_Ю$ = 5,2 а.е., его массу и радиус примите равными $M_Ю = 318M_\oplus$ и $R_Ю = 11R_\oplus$ соответственно; изменение гелиоцентрической скорости АМС при изменении прицельного параметра считайте пренебрежимо малым.

ЗАДАНИЕ 4
Лямбда-CDM

Современной космологической моделью нестационарной Вселенной, удовлетворяющей уравнениям общей теории относительности, является модель Λ-CDM. Еще в 1998 году по результатам изучения сверхновых звезд в далеких галактиках было установлено ускоренное расширение Вселенной, которое в рамках модели ΛCDM объясняет ненулевое значение космологической постоянной Λ, по последним данным равное $1{,}0905 \cdot 10^{-52}$ м$^{-2}$. В теоретических моделях, описывающих однородную и изотропную расширяющуюся Вселенную, постоянная Хаббла H изменяется с течением времени, однако в каждый конкретный момент времени принимается одинаковой в каждой точке Вселенной и при этом связана с безразмерным масштабным фактором a соотношением

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)},$$

где $\dot{a}$ означает быстроту изменения масштабного фактора с течением времени. С другой стороны масштабный фактор a связан с наблюдаемым космологическим красным смещением z света в момент его излучения $t_{изл}$ соотношением:

$$z = \frac{a(t_0)}{a(t_{изл})} - 1,$$

где $a(t_0) = 1$ – масштабный фактор в настоящее время t_0.

Эволюция во времени масштабного фактора a в рамках модели ΛCDM с учетом возможной положительной, отрицательной или нулевой кривизны k пространства описывается уравнением Фридмана, которое имеет в системе единиц СИ следующий вид:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_М - \frac{kc^2}{\left(a(t)\right)^2} + \frac{\Lambda c^2}{3},$$

где $\rho_М$ – плотность материи Вселенной (в том числе и темной материи).

а) В предположении плоской Вселенной вычислите параметр плотности материи $\Omega_М = \rho_М/\rho_{кр}$, приняв значение постоянной Хаббла, полученное по измерениям барионных акустических колебаний, равным 68,4 км/(Мпк·с). Здесь $\rho_{кр}$ – критическая плотность Вселенной.

б) Считая плотность обычной барионной материи равной $\rho_Б = 6{,}167\cdot10^{-9}$ $M_\odot$/пк^3 и пренебрегая вкладом излучения определите, какая доля плотности приходится на темную материю.

в) Рассматривая в первом приближении зависимость масштабного фактора от времени в виде $a(t_{изл}) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)\cdot(t_{изл} - t_0)$, получите зависимость $t_{изл}(z)$, приняв в качестве параметров время t_0 и хаббловское время $t_Н$.

г) На основании предыдущих пунктов определите время, прошедшее с момента рождения Вселенной до момента излучения света одним из самых удаленных квазаров, находящимся в галактике UHZ1 ($\alpha = 00^ч14^м16^с$; $\delta = -30° 22' 40{,}2''$; $z = 10{,}1$), а также скорость его удаления от наблюдателя в единицах скорости света.

ЗАДАНИЕ 5
СВЕРХНОВАЯ ТИПА IA

Сверхновые типа Ia выделяются среди других типов сверхновых тем, что имеют универсальных вид спектра излучения и величину светимости. Благодаря этому по ним можно довольно точно определять расстояния до галактик, в которых они наблюдаются. Механизм их возникновения следующий. Имеется двойная звезда, состоящая из белого карлика и массивной звезды. В процессе своей эволюции, массивная звезда начинает увеличиваться в размерах и превращается в красного гиганта. При этом вещество из нее перетекает на белый карлик. Как известно, белые карлики, имеющую массу $M > M_{\text{чан}}$ (здесь $M_{\text{чан}} \approx 1{,}4 M_{\odot}$ – предел Чандрасекара) являются неустойчивыми и коллапсируют с образованием нейтронной звезды. Это событие сопровождается взрывом сверхновой.

Рассмотрим простейшую модель данного сценария. Пусть масса белого карлика $M_{\text{БК}}$, а масса нормальной звезды $M_{\text{з}}$.Они движутся по круговой орбите, расстояние между компонентами равно D. Будем пренебрегать собственным вращением компонентов двойной системы и считать их точечными массами.

А). Выразить период обращения двойной звезды T через $M_{\text{БК}}, M_{\text{з}}, D$ и гравитационную постоянную G.

Б). Выразить кинетическую энергию двойной звезды $E_{\text{к}}$ и полный момент импульса L через те же величины. Какую из полученных величин можно считать сохраняющейся в процессе аккреции (перетекания) вещества?

В). Пусть начальные значения параметров двойной звезды следующие: $(M_{\text{БК}})_0 = 1.2\ M_{\odot}, (M_{\text{з}})_0 = 8{,}0 M_{\odot}$, $D_0 = 1{,}1 \times 10^{11}$ м. Перетекание вещества звезды на белый карлик начинается, когда равнодействующая сил, действующих на некоторый малый элемент звезды не направлена внутрь звезды. Определить минимальный радиус звезды-красного гиганта $r_{\text{мин}}$, при котором начнется перетекание ее вещества. *Примечание: полученное для* $r_{\text{мин}}$ *уравнение можно решить приближенно: графически. Гравитационную постоянную принять равной* $G = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2}$, *массу Солнца* $M_{\odot} = 1{,}99 \times 10^{30}$кг.

Г). Выразить период обращения двойной звезды через массы компонент $M_{\text{БК}}, M_{\text{з}}$ и момент ипмульса L . Пусть в процессе аккреции масса белого карлика увеличилась на малую величину ΔM. Выразить соответствующее изменение периода ΔT через массы компонент, период T и ΔM. Для данных пункта В). расстояние между компонентами будет увеличиваться, или уменьшаться с течением времени? *Примечание: для малых x можно воспользоваться формулой* $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, где n – любое целое число.

Д). Используя значения параметров двойной звезды из пункта В)., найти период обращения двойной звезды в начальный момент времени, а также в момент времени, непосредственно предшествующий взрыву сверхновой (в годах). *Примечание: изменение массы белого карлика при этом можно считать малым.*