

**9.1.** Может ли сумма  $(x + 1)^2 + (x + 2)^2 + \dots + (x + 9)^2$  быть кубом натурального числа при некотором натуральном  $x$ ?

**9.2.** На плоскости нарисованы два многоугольника  $A_1A_2\dots A_{2025}$  и  $B_1B_2\dots B_{2025}$  без общих вершин. Помимо отрезков, которые являются сторонами многоугольников, провели ещё 2025 отрезков:  $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_{2025}B_{2025}$ . Раскраска всех вершин двух многоугольников в чёрный или белый цвета называется *хорошей*, если для каждой вершины в чёрный цвет покрашено нечётное количество вершин, с которыми она соединена отрезком.

Найдите количество всех хороших раскрасок.

**9.3.** Даны действительные числа  $x$  и  $y$  такие, что  $x^2 + xy + y^2 \geq x^3 + y^3$ . Какое наибольшее значение может принимать сумма  $x + y$ ?

**9.4.** На плоскости нарисована окружность  $\Omega$  единичного радиуса. Два мальчика: Ма и Гео играют в игру. Вначале Ма отмечает произвольную точку  $X$  внутри  $\Omega$ . После этого Гео называет число  $\alpha \in (0, 90]$ . Затем Ма проводит через  $X$  две прямые, угол между которыми равен  $\alpha^\circ$ , и отмечает точки пересечения  $A, B, C$  и  $D$  проведённых прямых с  $\Omega$ .

Найдите наименьшее возможное значение  $P$ , для которого Гео может добиться того, чтобы неравенство  $XA^2 + XB^2 + XC^2 + XD^2 \leq P$  выполнялось вне зависимости от действий Ма.