10.5. В треугольнике ABC точка O – центр описанной окружности, а M – середина стороны AC. На стороне BC отметили произвольную внутреннюю точку D. Прямая DM повторно пересекла описанную окружность треугольника ABD в точке N.

Докажите, что угол ANO прямой.

10.6. Два квадратных трёхчлена $f(x)$ и $h(x)$ с целыми коэффициентами таковы, что $f(\sqrt{3}) = h(-\sqrt{3})$ и $f(2) - h(-2) = 44$.

Найдите все возможные значения разности $f(7) - h(-7)$.

10.7. Будем называть *левым сапогом высоты* n фигуру, получаемую присоединением квадрата 1×1 слева к нижней клеточке вертикального прямоугольника $n \times 1$ (см. рис. 1).

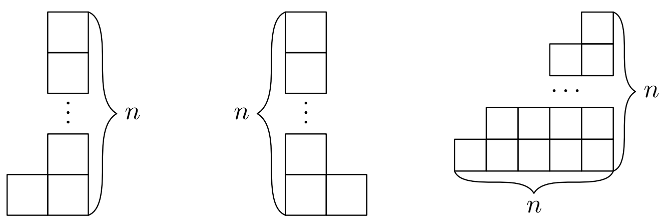

Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

Аналогично определим *правый сапог высоты* n (см. рис.2). *Лесенкой высоты* n будем называть фигуру, i-ая сверху строка которой состоит из i клеток, причём последние клетки всех строк образуют вертикальный прямоугольник $n \times 1$ (см. рис. 3).

а) Найдите все такие n, что лесенку высоты n можно по сторонам клеток разрезать на сапоги (любых высот и видов).

б) Для всех таких n найдите наименьшее необходимое для разрезания число левых сапогов.

10.8. Дана бесконечная последовательность $a_1, a_2, \ldots$ натуральных чисел. Конечное множество $S = \{n_1, n_2, \ldots, n_k\}$ натуральных чисел назовём *квадратным*, если число $a_{n_1} + a_{n_2} + \cdots + a_{n_k}$ является полным квадратом.

Может ли оказаться так, что для данной последовательности $a_1, a_2, \ldots$

а) квадратных множеств нет?

б) множество является квадратным, если и только если оно имеет вид $\{1, 2, \ldots, n\}$ для некоторого натурального n?