9.1. Найдите все тройки (x, y, z) положительных действительных чисел, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + y^3 = 3, \\ 3y^2 + z^3 = 4, \\ 4z^2 + x^3 = 5. \end{cases}$$

9.2. Дано множество $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, состоящее из n натуральных чисел. Известно, что наибольший общий делитель любых четырёх различных элементов множества X равен 1. Для каждого числа x_i вычислили количество m_i элементов множества X, которые делятся на x_i.

Для каждого натурального числа $n \geqslant 4$ найдите наибольшее возможное значение суммы $m_1 + m_2 + \ldots + m_n$.

9.3. На стороне AC треугольника ABC отметили произвольную точку D. Серединный перпендикуляр отрезка BD пересекает описанную окружность Ω треугольника ABC в точках P и Q, а точка E лежит на дуге AC окружности Ω так, что $\angle ABD = \angle CBE$.

Докажите, что точка пересечения высот треугольника PQE лежит на прямой AC.

9.4. В некоторой компании, состоящей из n человек, у любых двух человек есть не больше чем $k \geqslant 2$ общих знакомых. Группу, состоящую из нескольких людей из этой компании, назовём *необщительной*, если у каждого её участника есть не более 1 знакомого в этой группе.

Докажите, что существует необщительная подгруппа, количество человек в которой не меньше чем $\sqrt{\dfrac{2n}{k}}$.