11.5. На хорде AB окружности ω выбрали точки C и D такие, что $AC = BD$ и точка C лежит между A и D. На ω отмечены точки E и F, лежащие по разные стороны от прямой AB, так, что прямые EC и FD перпендикулярны AB. Биссектриса угла AEB пересекает прямую DF в точке R.

Докажите, что окружность с центром в точке F и радиусом FR касается окружности ω.

11.6. Пусть $2 = p_1 < p_2 < \ldots < p_n < \ldots$ – все простые числа, упорядоченные по возрастанию.

Докажите, что для любого натурального $n \geqslant 3$ существуют хотя бы $p_n + n - 1$ простых чисел, не превышающих $p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n$.

11.7. Положительные действительные числа a_1, a_2, …, a_n удовлетворяют равенству

$$2a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} = a_n + \frac{n^2 - 3n + 2}{2}.$$

Для каждого натурального $n \geqslant 3$ найдите наименьшее возможное значение суммы

$$\frac{(a_1+1)^2}{a_2} + \frac{(a_2+1)^2}{a_3} + \ldots + \frac{(a_{n-1}+1)^2}{a_n}.$$

11.8. Точечный прожектор испускает в пространство несколько лучей. Рассмотрим все острые углы, образованные лучами, испускаемыми прожектором. Известно, что, какой бы исходящий луч ни убрать, число острых углов между оставшимися лучами уменьшится ровно на 2.

Какое максимальное число лучей может испускать такой прожектор?