

Решения задач 9 класс

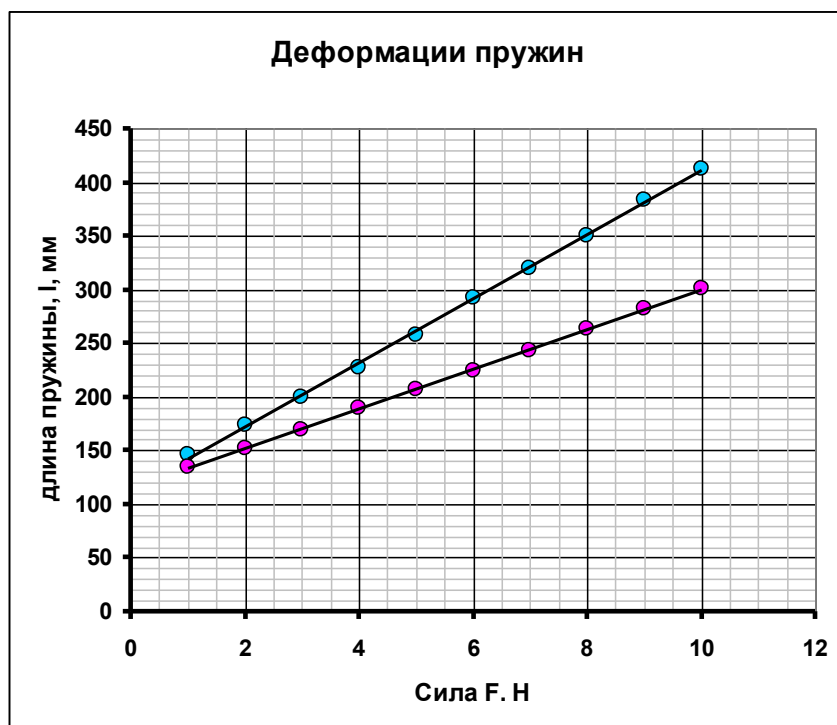
Задача 9-1. Растяжимость пружин

Задание 1.

1.1-1.2 Результаты измерений зависимости длины пружин от приложенной силы приведены в Таблице 1. Графики этих зависимостей показаны на рисунке.

Таблица 1.

| F , Н | l_1 , мм | l_2 , мм |
|---------|------------|------------|
| 0 | 140 | 134 |
| 1 | 146 | 135 |
| 2 | 174 | 152 |
| 3 | 200 | 169 |
| 4 | 227 | 190 |
| 5 | 258 | 207 |
| 6 | 292 | 224 |
| 7 | 320 | 243 |
| 8 | 350 | 264 |
| 9 | 383 | 282 |
| 10 | 413 | 301 |



1.3. Линейность полученных зависимостей доказывает справедливость закона Гука для обеих пружин.

1.4 Для обработки полученных данных можно воспользоваться методом наименьших квадратов (хотя допустимы и другие методы). Значения параметров полученных линейных зависимостей $l = aF + b$, оказались равными:

$$a_1 = (29,9 \pm 0,7) \frac{\text{мм}}{\text{Н}} ; \quad a_2 = (18,5 \pm 0,7) \frac{\text{мм}}{\text{Н}} . \quad (1)$$

$$b_1 = 112 \text{ мм} \quad b_2 = 114 \text{ мм}$$

Параметр b в этом уравнении имеет смысл длины пружины в недеформированном состоянии, параметр a - величина обратная жесткости.

Следовательно, жесткости пружин и их погрешности рассчитываются по формулам:

$$k = \frac{1}{a} ; \quad \Delta k = k \frac{\Delta a}{a} . \quad (2)$$

В результате расчета по этим формулам получаем:

$$k_1 = (33,5 \pm 0,8) \frac{\text{Н}}{\text{м}} \quad (3)$$

$$k_2 = (54,0 \pm 0,9) \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Задание 2.

2.1 Результаты измерений зависимости длины первой пружины от общей длины приведены в Таблице 2 и на графике.

Таблица 2.

| l , мм | L , мм |
|----------|----------|
| 135 | 260 |
| 148 | 278 |
| 177 | 331 |
| 201 | 372 |
| 232 | 420 |
| 256 | 460 |
| 288 | 512 |
| 314 | 557 |
| 345 | 604 |



Коэффициент наклона полученной зависимости оказался равным $a = 0,61$.

2.2 Очевидно, что общая длина соединенной пружины равна сумме длин отдельных пружин, а силы упругости обеих пружин одинаковых. Из этих условий не сложно показать, что теоретическое значение коэффициента наклона равно $a = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \approx 0,62$, что в пределах

погрешности совпадает с экспериментальным результатом.

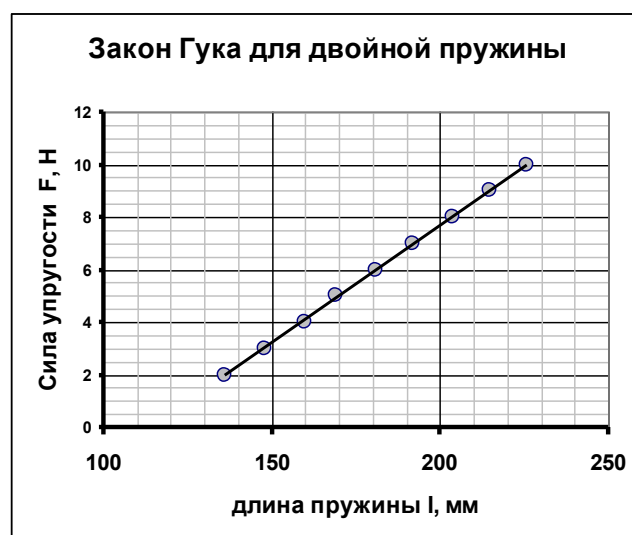
Задание 3.

Так как при параллельном соединении одинаковыми являются деформации пружин, то жесткость объединенной пружины равна сумме жесткостей каждой пружины.

Для экспериментального определения коэффициента жесткости необходимо измерить зависимость деформации пружин от приложенной силы. Для определения коэффициента жесткости можно построить график зависимости силы от длины пружин, тогда коэффициент наклона этой зависимости будет равен жесткости пружины. График полученной зависимости показан на рисунке. Так как зависимость линейна, то закон Гука выполняется.

Значение жесткости пружины (коэффициент наклона линейной зависимости) равно $k_2 = 89,2 \frac{H}{м}$, что в пределах погрешности совпадает с теоретическим значением

$$k = k_1 + k_2 = (87,5 \pm 1,7) \frac{H}{м}.$$



Экспериментальный тур. Вариант 2.

Решения задач 9 класс. Бланк для жюри.

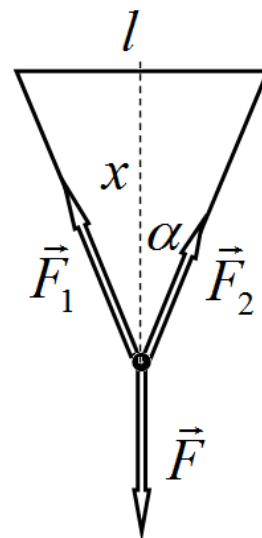
Задание 4.

Рассчитать смещение пружин при заданной силе затруднительно, но не сложно рассчитать суммарную силу упругости при заданном смещении x . На рисунке показаны интересующие силы, для упрощения можно считать, что и при деформации пружин треугольник остается равнобедренным (т.е. пренебречь горизонтальным смещением общей точки).

В этом приближении суммарная сила рассчитывается с помощью цепочки понятных преобразований:

$$F = (F_1 + F_2) \cos \alpha = (k_1 + k_2) \left(\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + x^2} - b \right) \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + x^2}} =$$

$$= (k_1 + k_2) x \left(1 - \frac{b}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + x^2}} \right)$$

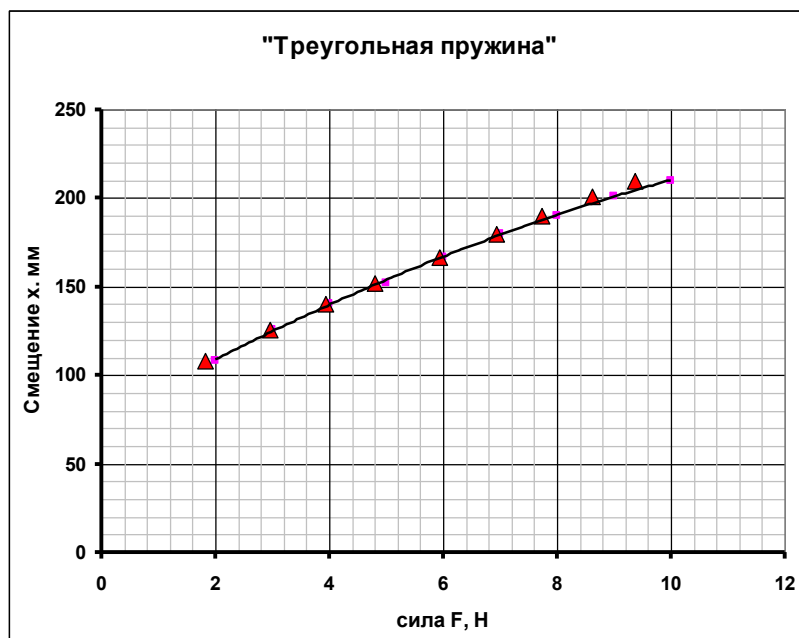


Здесь b - длина пружин в недеформированном состоянии, в качестве которой предпочтительнее взять значения параметра из первого задания ($b = 113$ мм).

В таблице 3 приведены измеренные значения величины x при различных значениях приложенной силы F . Затем по приведенной формуле (при измеренном значении x) проведен расчет теоретического значения силы упругости.

Таблица 3.

| F , Н | x , мм | $F_{теор}$, Н |
|---------|----------|----------------|
| 2 | 108 | 1,82 |
| 3 | 126 | 2,95 |
| 4 | 140 | 3,92 |
| 5 | 152 | 4,79 |
| 6 | 167 | 5,92 |
| 7 | 180 | 6,94 |
| 8 | 190 | 7,73 |
| 9 | 201 | 8,62 |
| 10 | 210 | 9,35 |



Отметим, что различия между теоретическими и экспериментальными значениями силы не превышают 8%

Задача 9-2. Изображения

Часть 1. Линза

1.1. Получим на экране изображение объектов, расположенных за окном кабинета (деревья, здания, и пр.). Так как расстояния от них до линзы по сравнению с фокусным расстоянием линзы можно считать бесконечно большим, то лучи, исходящие от данных предметов, можно считать параллельными и после преломления их в линзе они будут формировать изображение в фокальной плоскости. Фокусное расстояние будет равно расстоянию от линзы до экрана.

У авторов задачи $F = (9,8 \pm 0,5)$ см

(Если для определения фокусного расстояния учащиеся получили изображение предмета с помощью лампочки, измерили расстояния d и f , и определили F , используя формулу тонкой линзы, то такое выполнение оценивается меньшим количеством баллов, так как это не прямое, а косвенное измерение!)

1.2. Значения (с учётом погрешностей), полученные учащимися на основе построения изображений, должны соответствовать результатам вычислений с использованием формулы тонкой линзы, которые приводят авторы.

В первом случае: $a_1 = f_1 = 3,0F = 30$ см,

во втором случае: $a_2 = f_2 / \cos 30^\circ = 4,3F / 0,866 = 5,0F = 50$ см.

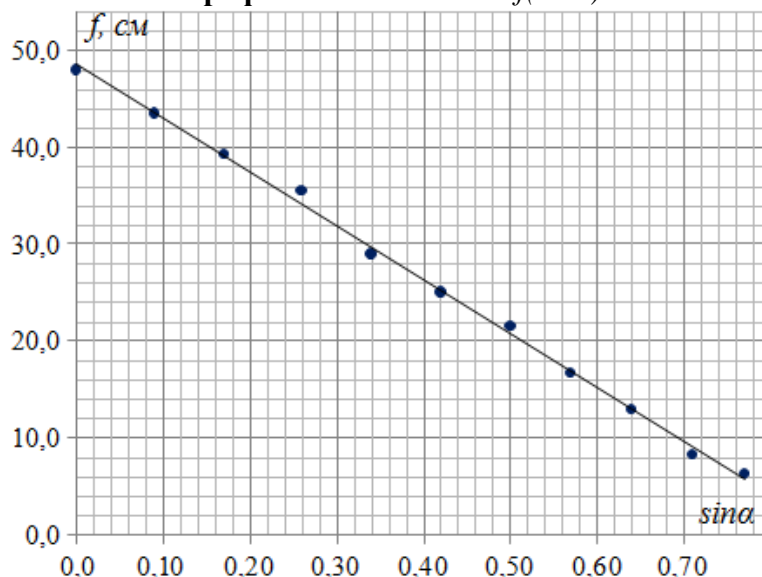
1.3. Принципиальное отличие результатов в том, что в п. 1.2. изображение смещается дальше от оптического центра, а в эксперименте данного пункта изображение смещается ближе к оптическому центру и находится на расстоянии около 15 см от него. Объясняются данные отличия тем, что при построении изображения толщиной линзы пренебрегают и используют свойства параксиальных лучей. Эксперимент будет соответствовать модели тонкой линзы и параксиальных лучей только в том случае, когда точечный предмет располагается на главной оптической оси линзы. Если точечный предмет удалён от главной оптической оси так, что угол между лучом, исходящим от предмета и проходящим через оптический центр линзы, и главной оптической осью составляет 10° и более, то модели тонкой линзы и параксиальных лучей использовать нельзя!

1.4. и 1.5

Таблица 1. Результаты исследования зависимости $f(\alpha)$

| α° | $\sin \alpha$ | f , см |
|----------------|---------------|----------|
| 0 | 0 | 48,0 |
| 5 | 0,9 | 43,5 |
| 10 | 0,17 | 39,3 |
| 15 | 0,26 | 35,5 |
| 20 | 0,34 | 29,0 |
| 25 | 0,42 | 25,0 |
| 30 | 0,50 | 21,5 |
| 35 | 0,57 | 16,7 |
| 40 | 0,64 | 12,9 |
| 45 | 0,71 | 8,3 |
| 50 | 0,77 | 6,3 |

График 1. Зависимость $f(\sin \alpha)$



Выполнение п. 1.4. – первая и третья колонки таблицы 1.

Для получения уравнения зависимости $f(\sin\alpha)$ определим сначала значения $\sin\alpha$ (вторая колонка таблицы 1) и построим график $f(\sin\alpha)$. Видим, что экспериментальные точки легли вблизи некоторой усредняющей прямой, поэтому уравнение $f(\sin\alpha)$ может быть представлено линейной зависимостью.

Используя метод наименьших квадратов или простую графическую обработку, получим для интервала углов от 0 до 50°:

$$f = 49 - 56\sin\alpha \text{ (см)}.$$

Часть 2. Зеркало

2.1. Авторы выражают уверенность в том, что члены жюри, которые будут проверять данную задачу, без каких-либо затруднений смогут построить требуемое изображение.

2.2.

Так как предмет находится в главной плоскости линзы, то расстояние от предмета до зеркала равно l , следовательно, расстояние от изображения, создаваемого зеркалом, до линзы равно $2l$. Изображение, создаваемое зеркалом, рассматриваем как предмет для линзы, тогда $d=2l$. Выполняя подстановку в (1), получим:

$$f = \frac{2lF}{2l - F} \quad (4).$$

2.3.

Таблица 3. Результаты исследования зависимости $l(f)$

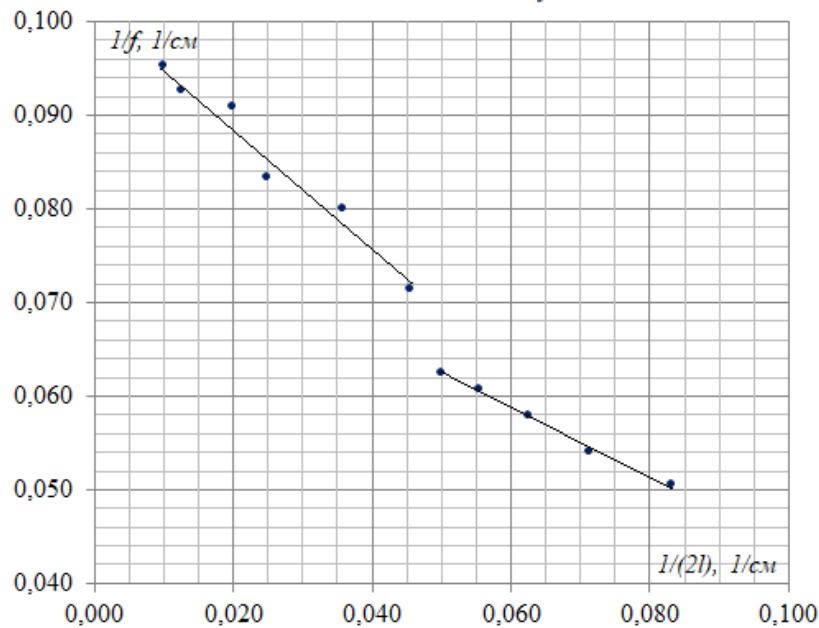
| $l, \text{ см}$ | $f, \text{ см}$ | $1/(2l),$ $1/\text{см}$ | $1/f, 1/\text{см}$ |
|-----------------|-----------------|----------------------------|--------------------|
| 6,0 | 19,8 | 0,083 | 0,051 |
| 7,0 | 18,5 | 0,071 | 0,054 |
| 8,0 | 17,3 | 0,063 | 0,058 |
| 9,0 | 16,5 | 0,056 | 0,061 |
| 10,0 | 16,0 | 0,050 | 0,063 |
| 11,0 | 14,0 | 0,045 | 0,071 |
| 14,0 | 12,5 | 0,036 | 0,080 |
| 20,0 | 12,0 | 0,025 | 0,083 |
| 25,0 | 11,0 | 0,020 | 0,091 |
| 40,0 | 10,8 | 0,013 | 0,093 |
| 50,0 | 10,5 | 0,010 | 0,095 |

Выполнение п. 2.3. – первая и вторая колонки таблицы 3.

2.4.

Для установления подтверждается или нет уравнение (4), вычислим значения $1/(2l)$ и $1/f$ (третья и четвёртая колонки таблицы 3) и построим график зависимости $\frac{1}{f} \left(\frac{1}{2l} \right)$.

График 3. Зависимость $\frac{1}{f} \left(\frac{1}{2l} \right)$



Анализируя данный график, видим, что зависимость $\frac{1}{f} \left(\frac{1}{2l} \right)$ на интервале $l=6,0 \div 50,0 см$ не может быть представлена линейной функцией. Разделим исследованный интервал значений l на две части.

Интервал $l = 6,0 \div 10,0 см$. Применяя метод наименьших квадратов или простую графическую обработку, получим:

$$\frac{1}{f} = 0,081 - 0,37 \cdot \frac{1}{2l} \quad (5).$$

Видим, что коэффициент перед $\frac{1}{2l}$ не равен 1, следовательно, на данном интервале уравнения (3) и (4) не выполняются.

Интервал $l = 11,0 \div 50,0 см$. Применяя метод наименьших квадратов или простую графическую обработку, получим:

$$\frac{1}{f} = 0,10 - 0,65 \cdot \frac{1}{2l} \quad (6).$$

Видим, что коэффициент перед $\frac{1}{2l}$ так же не равен 1, следовательно, на данном интервале уравнения (3) и (4) так же не выполняются.

Результаты данного эксперимента можно объяснить тем, что лучи, падающие на линзу после отражения от зеркала, не являются парааксиальными, и модель тонкой линзы в данном случае применять нельзя, следовательно, уравнения тонкой линзы здесь так же «не работают».