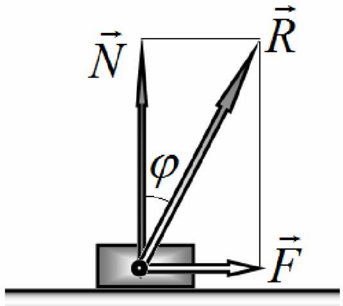
Решения задач. 11 класс

Задача 11.1 Алгебра и геометрия на наклонной плоскости.

Часть 1. Неподвижная наклонная плоскость.



1.1 В соответствии с законом кулона – Амонтона (для силы трения) при скольжении тела, модуль силы трения связан с силой нормальной реакции простым соотношением

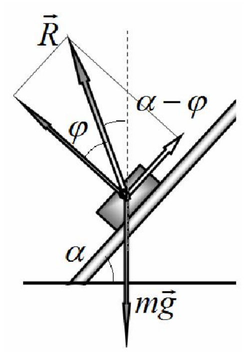
$$F = \mu N . \qquad (1)$$

Как следует из рисунка справедливо соотношение:

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{F}{N} = \mu \qquad (2)$$

1.2 Модуль силы реакции выражается через модуль силы нормальной реакции следующим образом

$$R = \frac{N}{\cos\varphi} . \qquad (3)$$



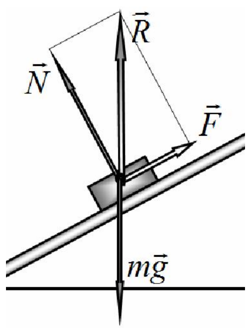
1.3-14 Так как на брусок действуют только две силы $\vec R$ и $m\vec g$, то для соскальзывания бруска необходимо, что бы их сумма имела горизонтальную составляющую, направленную в сторону спуска по наклонной плоскости. А это возможно только при

$$\alpha > \varphi \qquad (4)$$

Традиционное решение этой задачи: проекция силы тяжести на наклонную плоскость должна превысить силу трения:

$mg\sin\alpha > \mu N = \mu mg\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \mathrm{tg}\,\alpha > \mu$, что равносильно условию (4).

1.4 В предельном случае (начала скольжения) сила реакции направлена вертикально и по модулю равна силе тяжести.



1.5 Известная формула для ускорения бруска на наклонной плоскости

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (5)$$

может быть получена с помощью рисунка к п.1.3:

Горизонтальная составляющая ускорения бруска равна

$$a_{гор.} = \frac{R\sin(\alpha - \varphi)}{m} \qquad (6)$$

Кроме того, проекции силы тяжести и силы реакции на нормаль к наклонной плоскости равны (т.к. ускорение бруска направлено вдоль наклонной плоскости):

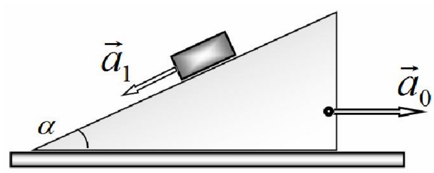
$$R\cos\varphi = mg\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mg\cos\alpha}{\cos\varphi}$$

Тогда ускорение бруска равно

$$a = \frac{a_{гор.}}{\cos\alpha} = \frac{mg\cos\alpha}{\cos\varphi}\frac{\sin(\alpha - \varphi)}{m\cos\alpha} = g\frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos\varphi}, \qquad (7)$$

что равносильно формуле (5).

2. Брусок на ускоренно движущейся призме



2.1 Представим полное ускорение бруска в виде суммы векторов ускорения призмы $\vec{a}_0$ и ускорения бруска относительно призмы $\vec{a}_1$:

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}_1 \qquad (8)$$

Уравнение 2 закона Ньютона (в векторной форме) для призмы в этом случае имеет вид:

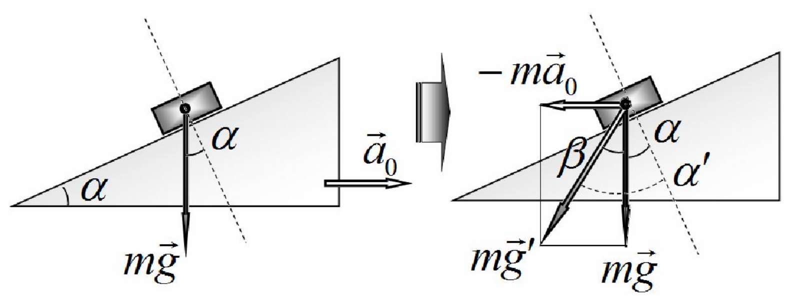
$$m(\vec{a}_0 + \vec{a}_1) = m\vec{g} + \vec{R} \qquad (9)$$

в котором $\vec{R}$ - введенная ранее сила реакции, действующая на брусок со стороны призмы. Важно, что эта сила реакции определяется силой тяжести. Перепишем уравнение (9) в виде

$$m\vec{a}_1 = m(\vec{g} - \vec{a}_0) + \vec{R} \qquad (10)$$

Это уравнение можно толковать, как уравнение движения бруска на наклонной плоскости, если ускорение свободного падения равно

$$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}_0. \qquad (11)$$



Как следует из рисунка, вектор $\vec{g}'$ отклонен от вектора $\vec{g}$ на угол

$$\beta = \operatorname{arctg}\frac{a_0}{g}. \qquad (12)$$

Отметим, что проведенные рассуждения равносильны переходу в неинерциальную систему отсчета, связанную с призмой. В этой системе отсчета «появляется» сила инерции…, но это выходит за рамки школьной программы.

2.2 Угол наклона плоскости к горизонту α также равен углу между вектором ускорения свободного падения $\vec{g}$ и нормалью к плоскости. Поэтому изменение направления вектора ускорения свободного падения (переход от $\vec{g}$ к $\vec{g}'$) равносильно изменению угла между нормалью к наклонной плоскости и вектором эффективного ускорения свободного падения, т.е. к изменению угла наклона плоскости. Также из рисунка легко заметить, что этот новый угол α' оказывается равным

$$\alpha' = \alpha + \beta \qquad (13)$$

2.3 Условие начала скольжения по наклонной плоскости было сформулировано ранее (неравенство (4)), поэтому остается только переписать его:

$$\alpha' > \varphi \quad \Rightarrow \quad \alpha + \beta > \varphi \qquad (14)$$

В заключение отметим, что от этого «углового» условия можно перейти и к привычным формулировкам:

$$\beta > \varphi - \alpha \quad \Rightarrow \quad \operatorname{tg}\beta > \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) \quad \Rightarrow \quad \frac{a_0}{g} > \operatorname{tg}(\alpha - \operatorname{arctg}\mu)$$

Это неравенство без труда (но при знании тригонометрических формул) может быть преобразовано к привычному виду.

Задача 11-2. Поле пластин

Часть 1

1.1. Рассмотрим выражение

$$\Delta S\cos\theta; \tag{1}$$

данное выражение представляет проекцию площади участка на плоскость перпендикулярную вектору $\vec{r}$. В силу малости участка можно считать, что выражение (1) есть часть площади поверхности сферы радиуса r, которая стягивает телесный угол $\Delta\Omega$. Тогда пользуясь определением телесного угла, находим:

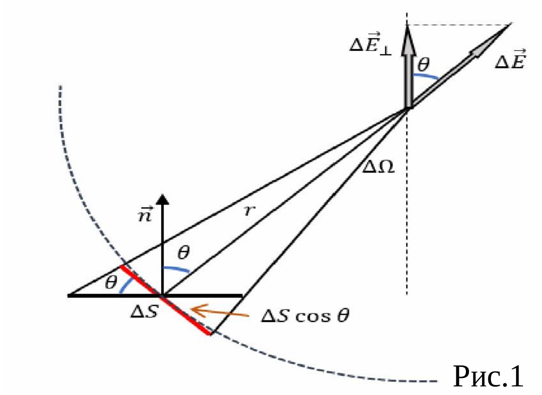


Рис.1

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S\cos\theta}{r^2} \tag{2}$$

1.2. Разобьём всю плоскую площадку на малые участки ΔS. Заряд такого участка:

$$\Delta q = \sigma\Delta S \tag{3}$$

Величина напряженности электростатического поля, создаваемого данным участком, определяется выражением:

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\Delta S}{r^2} \tag{4}$$

Компонента поля $\Delta E_\perp$, перпендикулярная заряженной плоскости, тогда (см.рис.1):

$$\Delta E_\perp = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\Delta S}{r^2}\cos\theta \tag{5}$$

Воспользовавшись выражением (2), доказанном в п.1.1, получаем:

$$\Delta E_\perp = \frac{\sigma\Delta\Omega}{4\pi\varepsilon_0} \tag{6}$$

Согласно принципу суперпозиции для вектора напряженности электростатического поля, находим, что:

$$\vec{E} = \sum\overrightarrow{\Delta E} \to E_\perp = \sum\Delta E_\perp = \sum\frac{\sigma\Delta\Omega}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\sum\Delta\Omega = \frac{\sigma\Omega}{4\pi\varepsilon_0}. \tag{7}$$

1.3. Бесконечная равномерно заряженная плоскость стягивает телесный угол

$$\Omega = 2\pi \tag{8}$$

Тогда в соответствии с (7):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{9}$$

- хорошо известный результат!

1.4. Изобразим на рис.2 конус, ограничивающий телесный угол, под которым «виден» равномерно заряженный диск. Угол полураствора данного конуса определяется выражением:

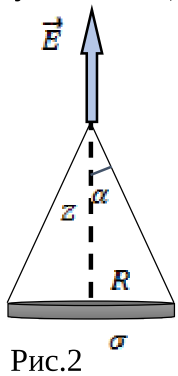


Рис.2

$$\cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} \tag{10}$$

Тогда телесный угол при вершине построенного конуса можно определить, воспользовавшись подсказкой:

$$\Omega = 2\pi\left(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) \tag{11}$$

Величина перпендикулярной компоненты напряженности электростатического поля в соответствии с (7):

$$E_\perp(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) \tag{12}$$

Из осевой симметрии системы следует, что вектор напряженности поля направлен вдоль оси диска, поэто формула (12) дает и модуль вектора напряженности поля:

$$E(z) = E_\perp(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) \tag{12'}$$

При $z \ll R$ получаем приближенное выражение

$$E(z) \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{R}\right), \tag{13}$$

видим, что величина напряженности поля линейно убывает.

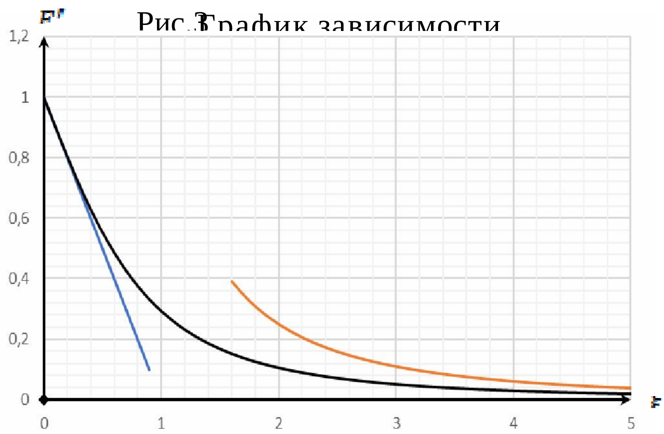
В другом предельном случае $z \gg R$ получаем:

$$E(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\left(1+\frac{R^2}{z^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right) \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\left(1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{z^2}\right)\right) = \frac{\sigma\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 z^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}, \tag{14}$$

т.е. на большом удалении поле диска совпадает с полем точечного заряда.

Для построения графика (рис.3) зависимости $E(z)$ воспользуемся относительными координатами: $E' = \frac{E}{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}, \xi = \frac{z}{R}$

На графике также отображены приближения: при $z \ll R \leftrightarrow \xi \ll 1$ и $z \gg R \leftrightarrow \xi \gg 1$.



1.5. Для получения ответа в данном пункте определим, под каким телесным углом «видна» часть бесконечной равномерно заряженной плоскости без отверстия:

$$\Omega^{'} = \Omega_{пл} - \Omega_{диска} = 2\pi\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} \qquad (15)$$

Тогда величина напряженности поля на оси симметрии данной системы в соответствии с (7):

$$E = \frac{\sigma\Omega^{'}}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} \qquad (16)$$

При $z \ll R$:

$$E(z) \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{R}, \qquad (17)$$

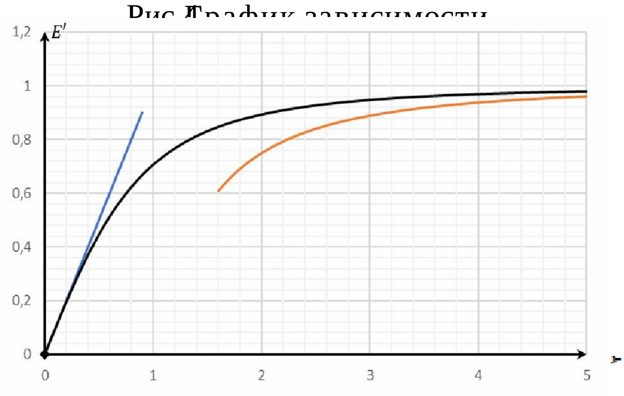
видим, что величина напряженности поля линейно возрастает.

При $z \gg R$:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1+\frac{R^2}{z^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0 R}\left(1-\frac{R^2}{2z^2}\right), \qquad (18)$$

поле совпадает с полем бесконечной равномерно заряженной плоскости и отрицательного точечного заряда.

Для построения графика (рис.4) зависимости $E(z)$ опять воспользуемся относительными координатами: $E' = \frac{E}{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}, \xi = \frac{z}{R}$.



На графике также отображены приближения при $z \ll R \leftrightarrow \xi \ll 1$ и $z \gg R \leftrightarrow \xi \gg 1$.

1.6. Для возникновения колебаний нужна возвращающая сила, в нашем случае, заряд должен притягиваться к центру отверстия вдоль оси, следовательно, это должен быть отрицательный заряд:

$$Q < 0 \qquad (19)$$

Сила, действующая на точечный заряд Q в электростатическом поле $\vec{E}$, определяется выражением:

$$\vec{F} = Q\vec{E} \qquad (20)$$

Запишем тогда 2-ой закон Ньютона для заряда Q, находящегося на оси симметрии системы на малом расстоянии $z \ll R$ от центра отверстия:

$$m\vec{a} = Q\vec{E}(z) \tag{21}$$

В проекциях на ось Oz :

$$ma_z = -|Q|E(z) = -|Q|\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{R} \tag{22}$$

Преобразуем (22), чтобы получить уравнение гармонических колебаний:

$$a_z + \frac{\sigma|Q|}{2\varepsilon_0 mR}z = 0 \tag{23}$$

И тогда для циклической частоты и периода гармонических колебаний можем записать:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\sigma|Q|}{2\varepsilon_0 mR}}, \qquad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{2\varepsilon_0 mR}{\sigma|Q|}} \tag{24}$$

Часть 2.

2.1 Бесконечные равномерно заряженные пластины создают одинаковое по модулю однородное электростатическое поле:

$$E^{+} = E^{-} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{25}$$

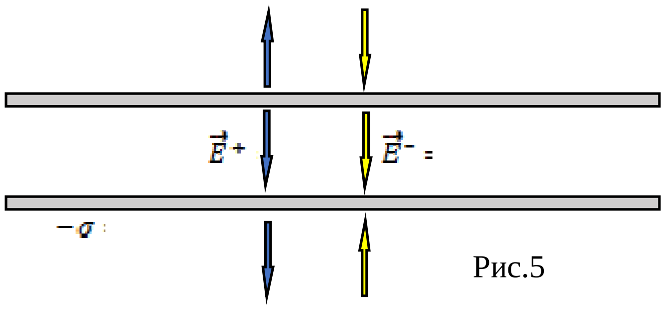
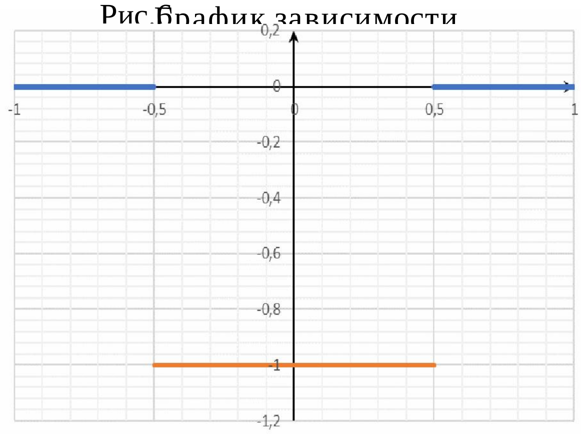


Рис.5

В соответствии с рисунком 5 электростатическое поле снаружи отсутствует ввиду того, что E^{+} и E^{-} одинаковы по модулю и противоположны по направлению. Величина напряженности электростатического поля между пластинами определяется суммой модулей E^{+} и E^{-}, так как между пластинами их направления совпадают.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{26}$$

Рис.6 График зависимости



2.1 Рассмотрим вначале поле между пластинами конденсатора. Проведем вспомогательные конические поверхности (рис.7а), ограничивающие телесные углы, которые стягиваются пластинами конденсатора.

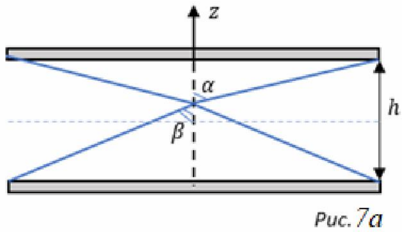


Рис.7а

Тогда положительной пластине соответствует угол полураствора конуса α , а отрицательной – β .

Определим косинусы этих углов для расчета телесных углов:

$$\cos\alpha = \frac{\frac{h}{2} - z}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} - z\right)^2}}, \cos\beta = \frac{\frac{h}{2} + z}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} + z\right)^2}} \qquad (27)$$

И соответствующие телесные углы:

$$\Omega_\alpha = 2\pi(1 - \cos\alpha) = 2\pi\left(1 - \frac{\frac{h}{2} - z}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} - z\right)^2}}\right) \qquad (28)$$

$$\Omega_\beta = 2\pi(1 - \cos\beta) = 2\pi\left(1 - \frac{\frac{h}{2} + z}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} + z\right)^2}}\right) \qquad (29)$$

Проекции векторов напряженности на ось Oz :

$$E_z^+ = -\frac{\sigma\Omega_\alpha}{4\pi\varepsilon_0}, \qquad E_z^- = -\frac{\sigma\Omega_\beta}{4\pi\varepsilon_0} \qquad (30)$$

По принципу суперпозиции:

$$E_z(z) = E_z^+ + E_z^- = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(2 - \frac{\frac{h}{2} - z}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} - z\right)^2}} - \frac{\frac{h}{2} + z}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} + z\right)^2}}\right) \qquad (31)$$

Приведем аналогичные результаты для поля снаружи конденсатора (рис.7б):

$$\cos\alpha = \frac{z - \frac{h}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} - z\right)^2}}, \cos\beta = \frac{z + \frac{h}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} + z\right)^2}} \qquad (32)$$

$$\Omega_\alpha = 2\pi(1 - \cos\alpha) = 2\pi\left(1 - \frac{z - \frac{h}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2} - z\right)^2}}\right) \qquad (33)$$

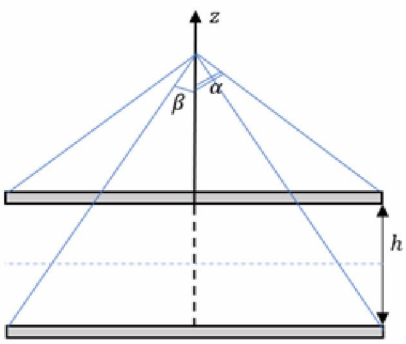


Рис.7б

$$\Omega_\beta = 2\pi(1-\cos\beta) = 2\pi\left(1 - \frac{z+\frac{h}{2}}{\sqrt{R^2+\left(\frac{h}{2}+z\right)^2}}\right) \quad (34)$$

$$E_z(z) = E_z^+ + E_z^- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{z+\frac{h}{2}}{\sqrt{R^2+\left(\frac{h}{2}+z\right)^2}} - \frac{z-\frac{h}{2}}{\sqrt{R^2+\left(\frac{h}{2}-z\right)^2}}\right) \quad (35)$$

Отметим, что на больших расстояниях найденное поле соответстсвует полю точечного диполя, т.е. убавает обратно пропорционально кубу расстояния

Схематический график в этом случае имеет вид

РисГрафик

2.1. Относительная погрешность:

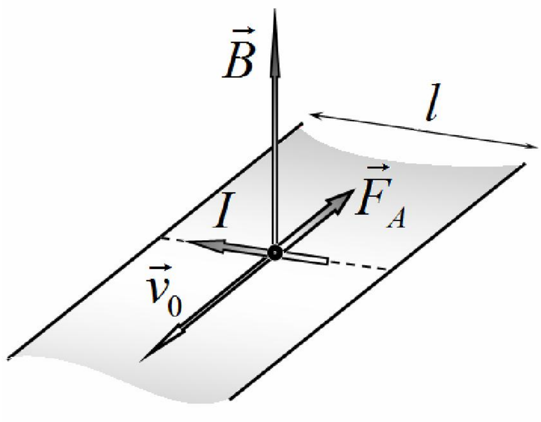
$$\varepsilon = \frac{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} - |E(0)|}{|E(0)|}\cdot 100\% \quad (37)$$

Таблица. Результат расчета относительной погрешности определения напряженности электростатического поля внутри конденсатора:

$\frac{R}{h}$	$\varepsilon, \%$
1	81
10	5,3
100	0,50

Задача 11-3. Электрогенератор и электродвигатель

Часть 1. Генератор



1.1 Пусть в некоторый момент времени скорость ленты равна v_0. Тогда со стороны магнитного поля на заряженные частицы (носители тока) в проводящей ленте действует сила Лоренца, модуль которой равен

$$F_Л = qv_0B \qquad (1)$$

Эта сила приводит к возникновению электрического тока, который в соответствии с «правилом левой руки» направлен перпендикулярно ленте, как показано на рисунке. Сила Лоренца в данном случае выступает в роли сторонней силы, ЭДС которой равна

$$\varepsilon = \frac{F_Л l}{q} = v_0 Bl. \qquad (2)$$

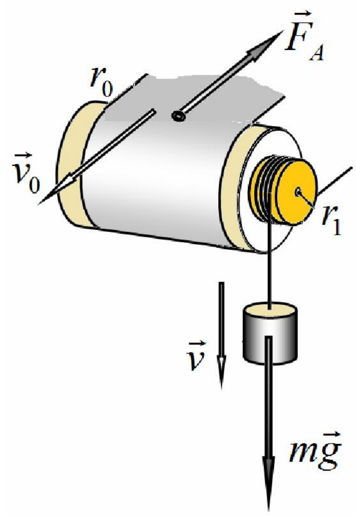
Сила возникающего тока по закону Ома равна

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{v_0 Bl}{R}. \qquad (3)$$

Этот взаимодействует с магнитным полем, что приводит к появлению силы Ампера $\vec{F}_A$, которая направлена в сторону, противоположную скорости движения ленты (опять «правило левой руки»). Модуль этой силы равен

$$F_A = IBl = \frac{B^2l^2}{R} v_0. \qquad (4)$$

Таким образом, в процессе движения ленты возникает сила, направленная противоположная ее скорости и пропорциональная ей. Эта сила подобна силе вязкого трения (ее часто называют «магнитной вязкостью»). Поэтому на ленту действует постоянная сила, обусловленная силой тяжести подвешенного груза, и сила вязкого трения. В результате действия этих сил скорость ленты стабилизируется и достигает некоторого постоянного значения.



1.2.1 Для определения скорости установившегося движения рассмотрим силы, действующие на цилиндр с валом. Это найденная сила Ампера и сила натяжения нити. Когда лента и груз движутся с постоянными скоростями, сила натяжения нити равна силе тяжести $m\vec{g}$, действующей на груз. Так как цилиндр вращается с постоянной скоростью, то суммарный момент сил, действующих на него равен нулю, поэтому справедливо соотношение

$$mgr_1 = F_A r_0 \qquad (5)$$

Используя формулу (4) для силы Ампера, получим выражение

$$mgr_1 = \frac{B^2l^2}{R} v_0 r_0. \qquad (4)$$

Из которого находим скорость движения ленты

$$v_0 = \frac{mgR}{B^2l^2}\frac{r_1}{r_0}. \qquad (5)$$

Скорость опускания груза найдем из очевидного соотношения

$$\frac{v_0}{r_0} = \frac{v}{r_1} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{r_1}{r_0} v_0 = \frac{mgR}{B^2 l^2} \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 . \tag{5}$$

1.2.2 Для расчета ЭДС воспользуемся формулой (2) и найденным значением скорости движения ленты (5):

$$\varepsilon = v_0 Bl = \frac{mgR}{Bl} \frac{r_1}{r_0} . \tag{6}$$

Сила тока рассчитывается по закону Ома (3):

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{mg}{Bl} \frac{r_1}{r_0} . \tag{7}$$

Интересно отметить, что сила тока в цепи нагрузки не зависит от ее сопротивления и пропорциональна массе подвешенного груза.

1.2.3 Мощность тока в нагрузке рассчитывается по закону Джоуля – Ленца:

$$P = I^2 R = \left(\frac{mg}{Bl} \frac{r_1}{r_0} \right)^2 R . \tag{8}$$

1.2.4 Данный генератор преобразует потенциальную энергию опускающегося груза в теплоту, выделяющуюся на резисторе Поэтому КПД установки можно определить как отношение мощности, выделяющейся на нагрузке, к мощности силы тяжести $P_0 = mgv$:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{\left(\frac{mg}{Bl} \frac{r_1}{r_0} \right)^2 R}{mg \cdot \frac{mgR}{B^2 l^2} \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2} = 1 = 100\% . \tag{9}$$

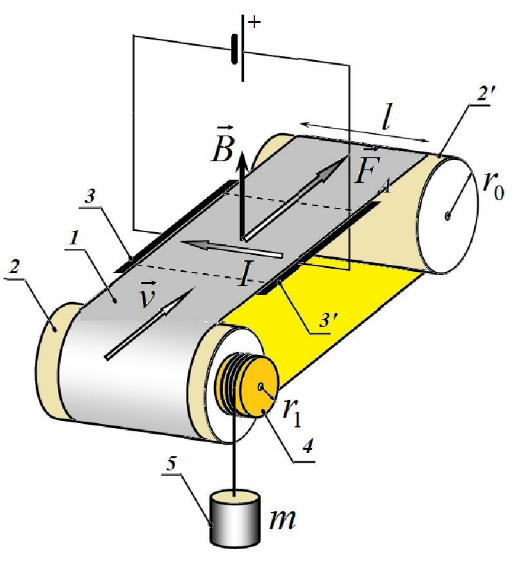
Комментарий к решению Части 1.

Могут вызывать недоумение полученные зависимости: ЭДС, сила тока, мощность генератора возрастают при уменьшении индукции магнитного поля!? А что будет, если «убрать» магнитное поле $B = 0$? Однако в решении рассматривается установившийся режим. В этом режиме при $B \to 0$ (в рамках сделанных предположений) скорости установившегося движения стремятся к бесконечности, иными словами рассматриваемый стационарный режим не возникает.

Часть 2. Электродвигатель.

Электродвигатель и электрогенератор «взаимно обратные» машины, поэтому расчет характеристик двигателя проведем без излишних (повторяющихся) комментариев.

2.1 В данном случае сила Ампера является «движущей» в механическом смысле. Используя правило левой руки не сложно определить необходимое направления тока через ленту и полярность подключения источника. Результат – показан на рисунке.



2.2 Теперь запишем уравнения, описывающие работу двигателя.

Сила Ампера, тянущая ленту:

$$F_A = IBl. \qquad (10)$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{\varepsilon_\Sigma}{R} = \frac{\varepsilon_0 - v_0 Bl}{R}. \qquad (11)$$

Условие равенства моментов сил на валу:

$$mgr_1 = F_A r_0. \qquad (12)$$

Уравнение для определения скорости движения ленты (просто подстановки):

$$\frac{\varepsilon_0 - v_0 Bl}{R} Blr_0 = mgr_1. \qquad (13)$$

Формула для установившейся скорости (решение уравнения (13)):

$$v_0 = \frac{\left(\varepsilon_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{Bl} \qquad (14)$$

Скорость подъема груза:

$$\frac{v_0}{r_0} = \frac{v}{r_1} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{r_1}{r_0} v_0 = \frac{\left(\varepsilon_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{Bl} \frac{r_1}{r_0} \qquad (15)$$

Таким образом, мы показали, что существует стационарный режим.

2.3 Рассчитаем требуемые характеристики двигателя.

2.3.1 Минимальное значение ЭДС источника $\varepsilon_{0\,min}$, при которой груз начнет подниматься, находим из условия, что скорость подъема груза становится больше нуля:

$$\varepsilon_{0\,min} = \frac{mgRr_1}{Blr_0}. \qquad (16)$$

2.3.2 Сила тока I через источник определяем с помощью формул (11) и (14):

$$I=\frac{\varepsilon_\Sigma}{R}=\frac{\varepsilon_0-v_0Bl}{R}=\frac{\varepsilon_0-\left(\varepsilon_0-\frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{R}=\frac{mgr_1}{Blr_0} \qquad (17)$$

Сравните с формулой (6)!

2.3.3 Скорость подъема груза определена ранее – формула (15).

2.3.4 Механическая мощность P, развиваемая двигателем:

$$P=mgv=mg\frac{\left(\varepsilon_0-\frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{Bl}\frac{r_1}{r_0}=\frac{mg}{Bl}\left(\varepsilon_0-\frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)\frac{r_1}{r_0}. \qquad (18)$$

2.3.5 КПД двигателя определяется как отношение механической мощности, развиваемой двигателем, к мощности источника тока $P_0=\varepsilon I$:

$$\eta=\frac{mgv}{\varepsilon_0 I}=\frac{mg\frac{\left(\varepsilon_0-\frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{Bl}\frac{r_1}{r_0}}{\varepsilon_0\frac{mgr_1}{Blr_0}}=\frac{\varepsilon_0-\frac{mgRr_1}{Blr_0}}{\varepsilon_0}=\frac{\varepsilon_0-\varepsilon_{0\min}}{\varepsilon_0}=1-\frac{\varepsilon_{0\min}}{\varepsilon_0}. \qquad (19)$$

КПД оказался меньше 1, так как имеются потери, связанные с выделением теплоты на источнике, обладающим внутренним сопротивлением R. При $R=0$ КПД достигает единицы.