Вариант 1
Задания теоретического тура

1. Читали ли Вы школьный учебник астрономии? (20 баллов)

Какие открытия, описанные в учебнике астрономии для 11 класса, совершили нижеперечисленные астрономы в указанное (если это имеет значение) время?

Пример ответа:

1. М.В. Ломоносов, 1761 – открытие атмосферы у Венеры.

№ п/п	Ученый	№ п/п	Ученый
1	А.А. Фридман, 1922	11	Иоганн Кеплер, 1609
2	А.А.Белопольский, 1899	12	Исаак Ньютон, 1687
3	В.Я. Струве, 1816-1855	13	Йозеф Фраунгофер, 1814
4	Г.А. Гамов	14	М.А. Ковальский, 1859
5	Давид Фабрициус, 1596	15	Н. Погсон, 1856
6	Джеймс Джинс, 1919	16	Николай Коперник, 1543
7	Джерард Койпер	17	Уильям Гершель, 70-е г.г. XVIII в.
8	И.Д. Жонголович	18	Христиан Гюйгенс, 1655
9	Иммануил Кант, 1755	19	Эдвин Хаббл, 1924
10	Иоганн Байер, 1603	20	Эйнар Герцшпрунг, 1910

Решение:

№ п/п	Ученый	Открытие
1	А.А. Фридман, 1922	гипотеза о расширении Вселенной.
2	А.А.Белопольский, 1899	сдвиг спектральных линий в спектрах звезд.
3	В.Я. Струве, 1816-1855	измерение длины Пулковского меридиана.
4	Г.А. Гамов	гипотеза «Большого Взрыва».
5	Давид Фабрициус, 1596	переменная Мира Кита.
6	Джеймс Джинс, 1919	образование планет из вещества Солнца.
7	Джерард Койпер	пояс астероидов за орбитой Нептуна.
8	И.Д. Жонголович	развитие космической геодезии.
9	Иммануил Кант, 1755	образование Солнца и планет из вещества газовой туманности.
10	Иоганн Байер, 1603	система обозначения звезд с использованием букв греческого алфавита.
11	Иоганн Кеплер, 1609	первый и второй законы движения планет.
12	Исаак Ньютон, 1687	закон всемирного тяготения.
13	Йозеф Фраунгофер, 1814	линии поглощения в спектре Солнца.
14	М.А. Ковальский, 1859	способ для доказательства вращения Галактики.
15	Н. Погсон, 1856	формула связи освещенностей и видимых звездных величин.
16	Николай Коперник, 1543	гелиоцентрическая система мира.
17	Уильям Гершель, 70-е г.г. XVIII в.	распределение звезд в Галактике.
18	Христан Гюйгенс, 1655	открытие колец Сатурна.
19	Эдвин Хаббл, 1924	разрешение Туманности Андромеды на отдельные звезды.
20	Эйнар Герцшпрунг, 1910	диаграмма «Спектр-светимость».

2. Необитаемый остров. (20 баллов)

Потерпевшие кораблекрушение решили обустроиться на необитаемом острове, вдали от благ современной цивилизации. В течение года они заметили, что два раза тень от вертикального шеста отсутствовала, а максимальная ее длина в полдень в декабре меньше ее максимальной длины в полдень в июне в 1,5 раза.

Используя эти данные, ответьте на следующие вопросы.

а) В какой климатической зоне они оказались?

б) Чему равна (с точностью до угловой минуты) географическая широта острова?

в) Какая часть небесной сферы (с точностью до сотых долей процентов) доступна для наблюдения на нем?

г) Как изменяется промежуток времени между первым и последним касанием диска Солнца плоскости математического горизонта при его заходе (восходе) в течение года?

(Подсказка: считайте, что Земля движется вокруг Солнца по окружности, не забудьте учесть рефракцию, угловой радиус Солнца примите равным $16'$.)

Решение:

а) Поскольку тень от вертикального шеста отсутствует, когда Солнце в зените, и это в течение одного года наблюдалось 2 раза, то остров расположен в тропиках, причем полушарие южное, так как в декабре тень короче, чем в июне.

б) Длину тени находим по формуле:

$L = H \cdot \tan(z)$, где: H – высота шеста, $z = \pm(\delta - \varphi)$ – зенитное расстояние Солнца в момент его верхней кульминации, δ – склонение Солнца, φ – географическая широта места наблюдения.

Поскольку зенитное расстояние всегда неотрицательно, то

$L_Д = H \cdot \tan(\varphi + 23°26')$ – максимальная длина полуденной тени в декабре;

$L_И = H \cdot \tan(23°26' - \varphi)$ – максимальная длина полуденной тени в июне.

Итак:

$$\frac{L_Д}{L_И} = \frac{1}{1{,}5} = \frac{H \cdot \tan(\varphi + 23°26')}{H \cdot \tan(23°26' - \varphi)}.$$

$\tan(23°26' - \varphi) = 1{,}5 \cdot \tan(\varphi + 23°26')$

Калькулятор в помощь:

$\varphi = -4°12'$ – географическая широта острова.

в) Видимую (в течение года) часть небесной сферы находим по формуле:

$$\frac{S}{S_0} = \frac{2\pi(1+\cos\varphi)}{4\pi} = \frac{(1+\cos(-4°12'))}{2} = 0{,}9987 = 99{,}87\%.$$

г) Запишем формулу, по которой можно найти зенитное расстояние точки на небесной сфере, по известным ее часовому углу (t) и склонению (δ) в месте, географическая широта которого (φ):

$$\cos z = \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos t .$$

Отсюда:

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin\delta \cdot \sin\varphi}{\cos\delta \cdot \cos\varphi} .$$

В момент захода нижнего и верхнего края Солнца, зенитное расстояние его центра:

$$z_1 = 90° - 16' + 35' = 90°19'$$
$$z_2 = 90° + 16' + 35' = 90°51' .$$

Промежуток времени, в течение которого заходит Солнце:

$$\Delta t = a\cos\frac{\cos z_2 - \sin\delta\sin\varphi}{\cos\delta\cos\varphi} - a\cos\frac{\cos z_1 - \sin\delta\sin\varphi}{\cos\delta\cos\varphi} .$$

В момент летнего солнцестояния:

$$\Delta t = a\cos\frac{\cos 90°51' - \sin 23°26' \sin(-4°12')}{\cos 23°26' \cos(-4°12')} - a\cos\frac{\cos 90°19' - \sin 23°26' \sin(-4°12')}{\cos 23°26' \cos(-4°12')} .$$

$$\Delta t = 140\,c$$

В момент зимнего солнцестояния:

$$\Delta t = a\cos\frac{\cos 90°51' - \sin(-23°26')\sin(-4°12')}{\cos(-23°26')\cos(-4°12')} - a\cos\frac{\cos 90°19' - \sin(-23°26')\sin(-4°12')}{\cos(-23°26')\cos(-4°12')}$$

$$\Delta t = 140\,c$$

.

В моменты равноденствий:

$$\Delta t = a\cos\frac{\cos 90°51' - \sin(0°0')\sin(-4°12')}{\cos(0°0')\cos(-4°12')} - a\cos\frac{\cos 90°19' - \sin(0°0')\sin(-4°12')}{\cos(0°0')\cos(-4°12')} .$$

$$\Delta t = 128\,c$$

Ответ: а) южные тропики; б) $\varphi = -4°12'$; в) $\frac{S}{S_0} = 99{,}87\%$; г) $\Delta t \in [128\,c; 140\,c]$.

3. Система мира Коперника. (20 баллов)

Представьте себе, что Вы живете во времена Коперника и изучаете его гелиоцентрическую систему мира. Вы измерили синодический период (относительно Земли) обращения Марса вокруг Солнца, и его собственное движение в противостоянии (относительно Земли), которые оказались равными 2,135 звездного года и $-0{,}357\frac{^\circ}{сутки}$.

(Подсказка: продолжительность звездного года 365,26 суток, законы Кеплера еще не открыты, поэтому использовать их для решения данной задачи НЕЛЬЗЯ!!!).

а) Определите радиус орбиты Марса в астрономических единицах.

б) Во сколько раз отличаются друг от друга промежутки времени между его тремя последовательными квадратурами?

в) Рассчитайте время попятного движения Марса.

Вы дожили до 1728 года и узнали об аберрации света – астрономическом явлении, подтверждающем движение Земли относительно Солнца.

г) Во сколько раз площадь аберрационного эллипса Веги $\left(\alpha = 18^ч 37^{мин}, \delta = 38°47'\right)$ меньше «площади» аберрационного эллипса Сириуса $\left(\alpha = 6^ч 45^{мин}, \delta = -16°43'\right)$.

Решение:

а) Определим сидерический период обращения Марса относительно Солнца в сутках, при этом учтем величину звездного года $\left(T_z = 365{,}26\,суток\right)$:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_Z} - \frac{1}{T_M} \Rightarrow \frac{1}{T_M} = \frac{1}{T_Z} - \frac{1}{S}$$

$$T_M = \frac{T_Z \cdot S}{S - T_Z} = \frac{365{,}26 \cdot 2{,}135}{2{,}135 - 1} = 687{,}07\,суток$$

Собственное движение Марса относительно Земли в противостоянии:

$$\omega_{MZ} = \frac{\omega_M \cdot R_M - \omega_Z \cdot R_Z}{R_M - R_Z} = \frac{\frac{360°}{T_M} R_M - \frac{360°}{T_Z} R_Z}{R_M - R_Z}$$

$$\omega_{MZ} R_M - \omega_{MZ} R_Z = \frac{360°}{T_M} R_M - \frac{360°}{T_Z} R_Z$$

$$R_M = \frac{\omega_{MZ} - \frac{360°}{T_Z}}{\omega_{MZ} - \frac{360°}{T_M}} R_Z = \frac{-0{,}357 - \frac{360°}{356{,}26}}{-0{,}357 - \frac{360°}{687{,}07}} 1{,}000 = 1{,}524\,а.е.$$

б) Угол между радиус-векторами Земли и Марса в квадратуре найдем, рассмотрев прямоугольный треугольник, в котором Земля – вершина прямого угла, а Солнце и Марс – вершины острых углов:

$$\alpha = a\cos\left(\frac{R_Z}{R_M}\right) = a\cos\left(\frac{1{,}000}{1{,}524}\right) = 48{,}99°$$

Поэтому, промежутки времени «T_1: квадратура-соединение-квадратура» и «T_2: квадратура-противостояние-квадратура» относятся друг к другу как:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{360° - 2 \cdot 48{,}99}{2 \cdot 48{,}99} = 2{,}67\,.$$

в) Угол α между радиус-векторами Земли и Марса в точке стояния определяет условие равенства проекций их линейных скоростей v_Z и v_M соответственно на нормаль к прямой, их соединяющей:

$$v_Z|\cos\beta| = v_M\cos\gamma.$$

Применив теорему синусов к треугольнику, в вершинах которого лежат Солнце, Земля и Марс, запишем:

$$\frac{\sin\beta}{R_M} = \frac{\sin\gamma}{R_Z}.$$

Проведем тригонометрические преобразования:

$$\beta = a\cos\left(-\sqrt{\frac{\frac{R_M^2}{R_Z^2}-1}{\frac{v_Z^2}{v_M^2}\frac{R_M^2}{R_Z^2}-1}}\right) = a\cos\left(-\sqrt{\frac{\frac{R_M^2}{R_Z^2}-1}{\frac{T_M^2}{T_Z^2}-1}}\right) = 136{,}21°$$

$$\gamma = a\cos\sqrt{\frac{\frac{v_Z^2}{v_M^2}\left(\frac{R_M^2}{R_Z^2}-1\right)}{\frac{v_Z^2}{v_M^2}\frac{R_M^2}{R_Z^2}-1}} = a\cos\sqrt{\frac{\frac{R_Z^2}{R_M^2}\frac{T_M^2}{T_Z^2}\left(\frac{R_M^2}{R_Z^2}-1\right)}{\frac{T_M^2}{T_Z^2}-1}} = 27{,}01$$

Соотношение между углами в нашем треугольнике:

$$\alpha+\beta+\gamma = 180°$$

$$\alpha = 180° - \beta - \gamma = 16{,}79°.$$

Таким образом, за время попятного движения от одного стояния до следующего, через противостояние, Марс должен «отстать» от Земли на угол:

$$2\alpha = 33{,}57°.$$

Время, за которое это произойдет:

$$t = \frac{2\alpha}{\frac{360°}{T_Z}-\frac{360°}{T_M}} = \frac{33{,}57°}{\frac{360°}{365{,}26}-\frac{360°}{687{,}05}} = 72{,}72\,\textit{суток}$$

г) Площадь аберрационного эллипса находим по формуле:

$$S = \pi ab$$

$$a = 20{,}5''$$

$$b = 20{,}5''\cdot|\sin\beta|$$

Эклиптическую широту звезды рассчитываем по формуле:

$$\sin\beta = \sin\delta\cdot\cos\varepsilon - \cos\delta\cdot\sin\varepsilon\cdot\sin\alpha.$$

Вега:

$$\sin\beta_B = \sin 38°47'\cdot\cos 23°26' - \cos 38°47'\cdot\sin 23°26'\cdot\sin 18^ч37^м = 0{,}881$$

Сириус:

$$\sin\beta_C = \sin(-16°43')\cdot\cos 23°26' - \cos(-16°43')\cdot\sin 23°26'\cdot\sin 6^ч45^м = -0{,}637$$

Отношение «площадей» аберрационных эллипсов Сириуса и Веги:

$$\frac{S_C}{S_B} = \frac{0{,}881}{0{,}637} = 1{,}38.$$

Ответ: а) $R_M = 1{,}524\,а.е.$ б) $\frac{T_1}{T_2} = 2{,}67$; в) $t = 72{,}72\,\textit{суток}$; г) $\frac{S_C}{S_B} = 1{,}38$.

4. Звезды главной последовательности. (20 баллов)

В результате изучения двух звезд, принадлежащих главной последовательности установлено, что видимая звездная величина первой меньше, а второй больше чем абсолютная звездная величина Солнца на 1^m, а их горизонтальные параллаксы (пофантазируем, что их удалось измерить) меньше горизонтального параллакса Солнца в $1{,}234\cdot 10^7$ и $9{,}876\cdot 10^6$ раз соответственно.

а) На каком расстоянии от нас находятся эти звезды.

б) Чему равны светимости этих звезд?

в) Оцените радиусы этих звезд в радиусах Солнца.

г) На сколько лет первая звезда старше второй, если известно, что они покинут главную последовательность одновременно?

(Подсказка: абсолютная звездная величина Солнца $M_S = 4{,}83$).

Решение:

а) Звезды находятся от нас на расстоянии:

$$d_1 = 1{,}234\cdot 10^7\, а.е. = 59{,}826\, пс, d_2 = 9{,}876\cdot 10^6\, а.е. = 47{,}880\, пс.$$

б) Видимые звездные величины звезд:

$$m_1 = M_S - 1 = 4{,}83 - 1 = 3{,}83$$
$$m_2 = M_S + 1 = 4{,}83 + 1 = 5{,}83$$

Абсолютные звездные величины звезд:

$$M_1 = m_1 + 5 - 5\lg d_1 = 3{,}83 + 5 - 5\lg 59{,}826 = -0{,}05$$
$$M_2 = m_2 + 5 - 5\lg d_2 = 5{,}83 + 5 - 5\lg 47{,}880 = 2{,}43.$$

Светимости звезд:

$$L_1 = 10^{0{,}4(M_S - M_1)} = 10^{0{,}4(4{,}83+0{,}05)} = 89{,}90$$
$$L_2 = 10^{0{,}4(M_S - M_2)} = 10^{0{,}4(4{,}83-2{,}43)} = 9{,}13.$$

в) Для звезд главной последовательности зависимость светимость – радиус:

$$L \propto R^{5{,}2}$$

$$R_1 = L_1^{\frac{1}{5{,}2}} = 2{,}38 R_S$$
$$R_2 = L_2^{\frac{1}{5{,}2}} = 1{,}53 R_S.$$

г) Время жизни на главной последовательности:

$$t_1 = \frac{10^{10}}{L_1^{\frac{3}{3{,}9}}} = \frac{10^{10}}{89{,}90^{\frac{3}{3{,}9}}} = 3{,}14\cdot 10^8\, лет,$$
$$t_2 = \frac{10^{10}}{L_2^{\frac{3}{3{,}9}}} = \frac{10^{10}}{9{,}13^{\frac{3}{3{,}9}}} = 1{,}83\cdot 10^9\, лет.$$

Разность возрастов звезд:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 1{,}51\cdot 10^9\, лет.$$

Ответ: а) $d_1 = 59{,}826\, пс, d_2 = 47{,}880\, пс$; б) $L_1 = 89{,}90, L_2 = 9{,}13$;

в) $R_1 = 2{,}38 R_S, R_2 = 1{,}53 R_S$; г) $\Delta t = 1{,}51\cdot 10^9\, лет$.

5. Вращение Галактики. (20 баллов)

В настоящее время известно, что Солнце находится вблизи плоскости галактического диска, на расстоянии $d = 8 кпк$ от его центра и движется со скоростью, лежащей в интервале $v \in \left[210 \frac{км}{с}; 230 \frac{км}{с} \right]$, присущей для всех звезд данной области.

а) Пусть наблюдатель находится далеко за пределами Галактики в созвездии, Стрельца и наблюдает ее вращение. В каком направлении: по часовой стрелке, или против нее, оно происходит для него?

б) Рассчитайте продолжительность (в миллионах лет) галактического года.

в) Чему равно, без учета межзвездного поглощения света, минимальное значение красного смещения (для наблюдателя на Земле) в спектре звезд галактического диска, находящихся от центра Галактики на том же расстоянии, что и Солнце?

(Подсказка: пекулярное движение звезд не учитывать).

г) Оцените число звезд, находящихся ближе к центру Галактики, чем Солнце.

Решение:

а) Созвездие Стрельца лежит в плоскости галактического диска, поэтому движение звезд происходит «слева – направо», если голова наблюдателя в южном полушарии, а ноги в северном, или, наоборот, «справа налево», если голова наблюдателя в северном полушарии, а ноги в южном, и он – человек.

б) Галактический год – это период обращения Солнца относительно центра Галактики:

$$T = \frac{2\pi d}{v}$$

$$T_1 = \frac{2\pi \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 206265 \cdot 149600000}{230} = 6{,}74 \cdot 10^{15} с = 214\, млн.лет\ .$$

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 206265 \cdot 149600000}{210} = 7{,}39 \cdot 10^{15} с = 234\, млн.лет$$

$$T \in [214; 234] млн.лет.$$

в) Красное смещение определяет радиальная скорость звезды относительно Солнца, которая равна разности проекций скорости звезды и скорости Солнца на прямую, их соединяющую:

$$v_r = v_З \cdot \cos\alpha - v_C \cdot \cos\beta = v_C(\cos\alpha - \cos\beta) = 0$$

Красное смещение в спектре звезд, находящихся от центра Галактики на том же расстоянии, что и Солнце, вызванное их относительным движением, отсутствует.

Но, остается еще орбитальное движение Земли вокруг Солнца, со скоростью $v = 30 \frac{км}{с}$, минимальное значение красного смещения которого:

$$z_{MIN} = -\frac{v}{c} = -\frac{30}{300000} = -10^{-4}\ .$$

г) Определим массу звезд внутренней (по отношению к Солнцу части Галактики):

$$\frac{M_C v^2}{d} = G\frac{M_Г M_C}{d^2}$$

$$M_{Г1} = \frac{dv_1^2}{G} = \frac{8\cdot 10^3\cdot 206265\cdot 149600000000\cdot 210000\cdot 210000}{6{,}67\cdot 10^{-11}} = 1{,}63\cdot 10^{41}\,кг\ .$$

$$M_{Г2} = \frac{dv_2^2}{G} = \frac{8\cdot 10^3\cdot 206265\cdot 149600000000\cdot 230000\cdot 230000}{6{,}67\cdot 10^{-11}} = 1{,}96\cdot 10^{41}\,кг$$

Для оценки числа звезд, разделим полученные значения для массы внутренней части Галактики на массу Солнца – среднестатистическую звезду:

$$N_1 = \frac{M_{Г1}}{M_S} = \frac{1{,}63\cdot 10^{41}}{2\cdot 10^{30}} = 82\cdot 10^9 = 82\,млрд$$

$$N_2 = \frac{M_{Г2}}{M_S} = \frac{1{,}96\cdot 10^{41}}{2\cdot 10^{30}} = 98\cdot 10^9 = 98\,млрд$$

$$N \in [82;98]\,млрд.$$

Ответ: а) движение «слева – направо» или «справа – налево», в зависимости от ориентации наблюдателя относительно диска Галактики;

б) $T \in [214;234]\,млн.лет.$; в) $z_{MIN} = -10^{-4}$; г) $N \in [82;98]\,млрд$.

Общие принципы оценки задач:

1. Каждая задача, какой бы «разной сложности» они не казались – 20 баллов.
2. Каждый пункт задачи – равное количество баллов.
3. Основной аргумент то, что написано в учебнике астрономии для 11 класса.