

10.5. На правой ветви гиперболы $y = \frac{1}{x}$ взяты точки A_1, A_2, \dots, A_{10} , абсциссы которых равны $a, 2a, \dots, 2^9a$ соответственно ($a > 0$).

Найдите площадь десятиугольника $A_1A_2 \dots A_{10}$.

10.6. Докажите, что для любого натурального числа n найдётся такое натуральное число k , что число $3^k + 4^k - 1$ делится на 12^n .

10.7. Точка D — середина основания BC равнобедренного треугольника ABC . На описанной окружности треугольника ABD отмечена произвольная точка P , отличная от A . Точка O — центр описанной окружности треугольника ACP , а точка Q — основание перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AO .

Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABQ лежит на прямой AP .

10.8. На планете Альфамегацентавра есть 2023 города, некоторые из них соединены между собой двухсторонними авиалиниями. При этом, среди любых четырёх городов найдутся два, между которыми нету прямого авиасообщения.

Найдите наибольшее возможное количество троек городов Альфамегацентавра таких, что между любыми двумя городами тройки есть авиалиния.