

**9 класс****2-й вариант****2-й тур = 2-й день**

- 9.5.** Положительные числа  $x_1, x_2, \dots, x_n$  таковы, что  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ . Докажите, что

$$\frac{x_1^2}{2x_1 + 3x_2} + \frac{x_2^2}{2x_2 + 3x_3} + \dots + \frac{x_n^2}{2x_n + 3x_1} > \frac{1}{12}.$$

- 9.6.** Пусть на плоскости даны 50 различных точек с целыми координатами. Докажите, что существует отрезок, соединяющий какие-то две данные точки, и на котором лежит не менее семи точек с целыми координатами (с учетом концевых точек; при этом все эти семь точек не обязательно входят в число заданных).

- 9.7.** На сторонах  $AB$  и  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$  взяты точки  $E$  и  $D$  соответственно так, что  $AD:DC = BE:EA = 1:2$ . Пусть  $F$  – точка пересечения отрезков  $BD$  и  $CE$ . Докажите, что прямые  $AF$  и  $CE$  пересекаются под прямым углом.

- 9.8.** Про высший совет магов известно два факта:

- 1) каждый член высшего совета дружит ровно с десятью другими членами высшего совета;
- 2) для любых десяти членов высшего совета найдется 11-тый, который дружит с каждым из этих десяти.

Какое максимальное число магов может быть в высшем совете магов?