

**8 класс**

**2-й вариант**

**2-й тур = 2-й день**

5. Пусть на плоскости даны 26 различных точек с целыми координатами. Докажите, что существует отрезок, соединяющий какие-то две данные точки, и на котором лежит не менее пяти точек с целыми координатами (с учетом концевых точек; при этом все эти пять точек не обязательно входят в число заданных).
6. Демонологу для призыва демона требуется найти такое наибольшее простое число  $p$ , что простым окажется и число  $20023p^2 - 99124$ . Помогите ему это сделать.
7. а)  $ABCD$  – трапеция ( $AD \parallel BC, AD > BC$ ).  $M$  – середина стороны  $AB$ . Обозначим площадь треугольника  $AMD$  через  $S_1$ , а площадь четырехугольника  $MBCD$  – через  $S_2$ . Докажите, что  $1 < \frac{S_2}{S_1} < 3$ .
- б)  $ABCD$  – трапеция ( $AD \parallel BC, AD > BC$ ).  $M$  – точка на луче  $BA$  такая, что  $AB : AM = n$ . Обозначим площадь треугольника  $AMD$  через  $S_1$ , а площадь четырехугольника  $MBCD$  – через  $S_2$ . Определите все возможные значения, которые может принимать отношение площадей  $S_2 : S_1$ .
8. Про высший совет магов известно два факта:  
1) каждый член высшего совета дружит ровно с девятью другими членами высшего совета;  
2) для любых девяти членов высшего совета найдется десятый, который дружит с каждым из этих девяти.  
Какое максимальное число магов может быть в высшем совете магов?