

**11.5.** В ряд выписана бесконечная последовательность натуральных чисел, в которой сумма любых шести подряд идущих чисел не превосходит 11.

Докажите, что для любого натурального числа  $a$  в этом ряду найдутся несколько (быть может, одно) последовательных чисел с суммой  $a$ .

**11.6.** Пусть  $a$  — целое число. Докажите, что многочлен  $x^4(x - a)^4 + 1$  нельзя представить в виде произведения двух непостоянных многочленов с целыми коэффициентами.

**11.7.** Окружность  $\omega$  вписана в треугольник  $ABC$ . Прямая  $\ell_b$  параллельна стороне  $AC$  и касается окружности  $\omega$ . Прямая  $\ell_c$  параллельна стороне  $AB$  и также касается окружности  $\omega$ . Оказалось, что точка пересечения прямых  $\ell_b$  и  $\ell_c$  лежит на описанной окружности треугольника  $ABC$ .

Найдите все возможные значения отношения  $(AB + AC) : BC$ .

**11.8.** Натуральное число  $n > 2$  назовём *хорошим*, если на плоскости существуют такие различные точки  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , что для любого индекса  $i$  от 1 до  $n$  векторы  $\overrightarrow{X_i X_1}, \overrightarrow{X_i X_2}, \dots, \overrightarrow{X_i X_n}$  можно разбить на два набора с равной суммой элементов.

Найдите все хорошие натуральные числа.