Республиканская физическая олимпиада 2023 года
(Заключительный этап)

Экспериментальный тур

Решения задач
10 класс
(для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!

Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!

Задание 1. Миллидинамометр. Решение.

Часть 1. Исследование пружины.

1.1 Длина недеформированной пружины

$$L_0 = 10{,}0см \quad (1)$$

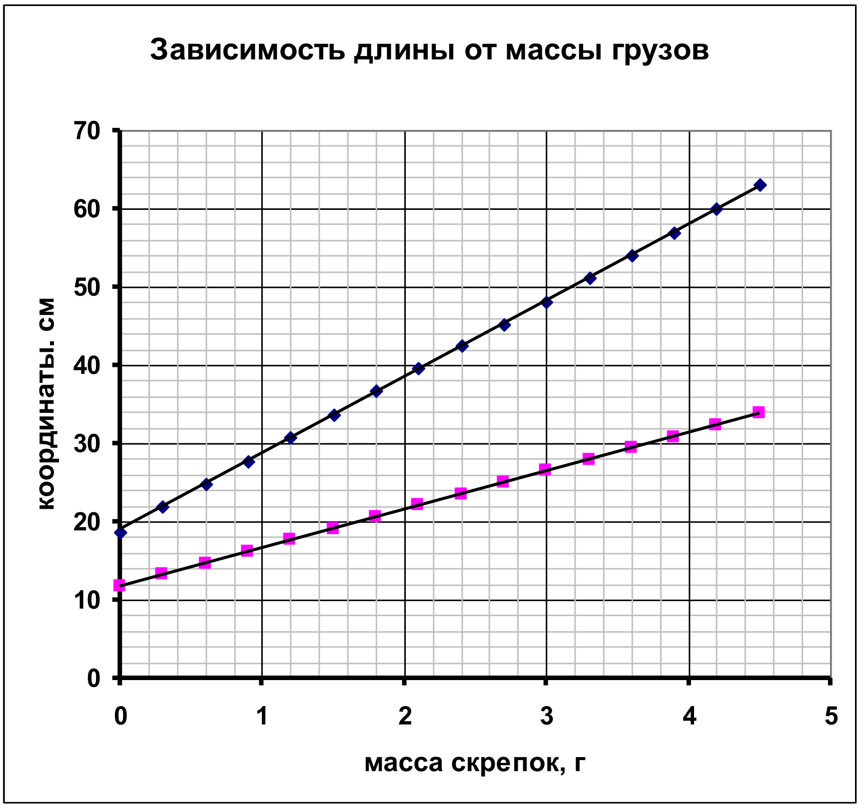
Длина пружины, растянутой под собственным весом, равна

$$L_1 = 19{,}0см \quad (2)$$

1.2 Результаты измерений зависимости координат конца и середины пружины от массы подвешенного груза приведены в Таблице 1 и на графиках

Таблица 1.

n	***m, г***	***L*, см**	**$L_{0,5}$, см**
0	0	18,8	11,8
1	0,3	21,9	13,2
2	0,6	24,8	14,7
3	0,9	27,8	16,2
4	1,2	30,8	17,6
5	1,5	33,8	19,1
6	1,8	36,8	20,6
7	2,1	39,6	22,0
8	2,4	42,6	23,5
9	2,7	45,3	25,0
10	3,0	48,1	26,5
11	3,3	51,1	27,9
12	3,6	54,0	29,4
13	3,9	57,0	30,9
14	4,2	60,0	32,3
15	4,5	63,0	33,8



1.3 Чтобы найти требуемые характеристики запишем теоретическую формулу длины целой пружины, считая, что ее деформация подчиняется закону Гука:

$$L = L_0 + \frac{m_0 g}{2k} + \frac{mg}{k}. \quad (3)$$

В этом выражении:
Первое слагаемое – длина недеформированной пружины;
Второе слагаемое – деформация пружины под действием собственного веса;
Третье слагаемое – деформация пружины под действием веса подвешенных скрепок.

Аналогично для половины пружины можно записать (учетом того, что ее коэффициент жесткости в два раза больше):

$$L_{0,5} = \frac{1}{2}L_0 + \frac{\frac{m_0}{2}g}{2(2k)} + \frac{\left(m + \frac{m_0}{2}\right)g}{2k} = \frac{1}{2}L_0 + \frac{3}{4}\frac{m_0 g}{k} + \frac{mg}{2k}. \quad (4)$$

1.4 Расчет по МНК параметров линейной зависимости $L = am + b$ дает следующие значения коэффициентов

$$a = 9{,}77\frac{см}{г}, \quad b = 19{,}0 см. \tag{5}$$

Используя теоретическую зависимость (3), находим требуемые параметры

$$\begin{gathered} a = \frac{g}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{g}{a} \\ b = L_0 + \frac{m_0 g}{2k} \quad \Rightarrow \quad m_0 = 2k\frac{b - L_0}{g} \end{gathered}. \tag{6}$$

Подстановка численных значений приводит к результатам

$$k = \frac{g}{a} = \frac{9{,}8\frac{м}{с^2}}{9{,}77\frac{см}{г}} = 1{,}0\frac{мН}{см}. \tag{7}$$

$$m_0 = 2k\frac{b - L_0}{g} = 2 \cdot 1{,}0\frac{мН}{см}\frac{(19{,}0 - 10.0)см}{9{,}8\frac{м}{с^2}} = 1{,}8г \tag{8}$$

Аналогичный расчет для деформации половины пружины подтверждает теоретические построения: коэффициент жесткости оказывается в 2 раза большим, значении массы пружины совпадает с найденным значением.

1.5 Из формулы (3) выразим значение силы

$$\begin{gathered} L = L_0 + \frac{m_0 g}{2k} + \frac{F}{k} \quad \Rightarrow \\ F = kL - k\left(L_0 + \frac{m_0 g}{2k}\right) \end{gathered}. \tag{9}$$

Откуда следует, что искомые коэффициенты градуировочной функции равны

$$a = k = 1{,}0\frac{мН}{см}, \quad b = -k\left(L_0 + \frac{m_0 g}{2k}\right) = -19 мН. \tag{10}$$

Полученные значения дают простое правило расчета силы по длине пружины: сила в миллиньтонах равна длине пружины в см минус 19.

При горизонтальном расположении динамометра из параметра b следует исключить деформацию пружины под действием собственного веса. В этом случае значение коэффициента a остается неизменным, а коэффициент b становится равным

$$a = k = 1{,}0\frac{мН}{см}, \quad b = -kL_0 = -10 мН. \tag{11}$$

Часть 2. Характеристики миллидинамометра и его применение.

2.1 При любом положении динамометра его чувствительность (точность измерения силы) равна

$$\Delta F_{\min} = k\Delta x_{\min} = 0{,}2 мН. \tag{12}$$

Максимальное значение силы определяется длиной шкалы измерения длины. Если принять ее равной 150 см. то максимальная сила равна $F_{\max} = 140 мН$ при горизонтальном расположении динамометра и $F_{\max} = 131 мН$ при вертикальном расположении.

2.2 Непосредственные измерения деформации пружины с подвешенным листом бумаги дают значение массы листа бумаги $m = 1{,}7г$.

2.3 Когда пружина находится на поверхности стола необходимо учесть силу трения, действующую на саму пружину, которая также трется о стол. В этом случае необходимо измерить деформации пружины в зависимости от числа скрепок, лежащих на листе бумаги. Тогда коэффициент наклона будет определяться трением бумаги о стол. А сила трения, действующая на пружину, будет влиять только на коэффициент сдвига. В результате измерений получено значение $\mu \approx 0{,}2$.

Задание 2. Куда направлена сила трения? Решение.

Часть 1. Тянем бумагу.

1.1 Сила трения направлена в сторону противоположную вектору относительной скорости движения тела. Эта основная идея позволяет легко построить направление сил, действующих на брусок (сила нормальной реакции, сила трения о бумагу, сила трения о дощечку). Как и банальном случае движения бруска по наклонной плоскости, коэффициент трения оказывается равным тангенсу угла между нормалью к поверхности дощечки и направлением результирующей силы взаимодействия бруска с дощечкой. В данном случае

$$\mu = tg(\alpha - \beta). \tag{1}$$

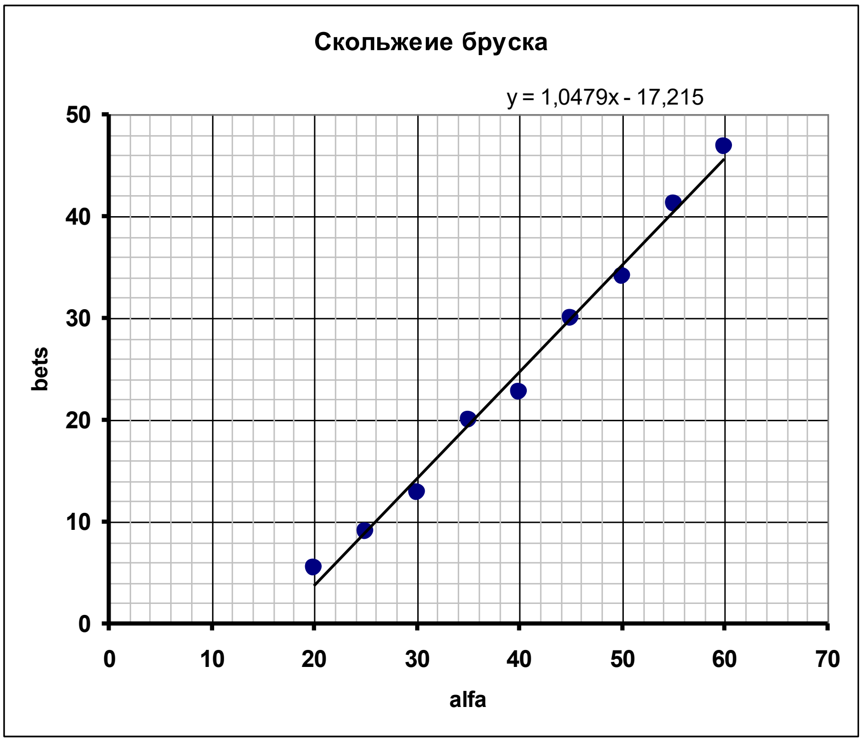
1.2 Траектория движения бруска действительно близка к прямой линии. При этом угол наклона траектории примерно равен

$$\beta \approx 15° . \tag{2}$$

1.3 Результаты измерений зависимости между углами β и α представлены в таблице 1 и на графике.

Таблица 1.

α	β
10	0,0
15	0,0
20	5,4
25	9,1
30	12,9
35	20,0
40	22,8
45	30,0
50	34,0
55	41,3
60	46,8



1.4 Из формулы (1) следует, что

$$\beta = \alpha - arctg\,\mu . \tag{2}$$

График подтверждает данную зависимость, так как коэффициент его наклона близок к 1. Коэффициент сдвига равен $b = 17{,}2°$, откуда следует, что

$$\mu = tgb = 0{,}31 . \tag{3}$$

Погрешность найденного значения составляет примерно 10%.

1.5 Из формулы (2) следует, что минимальное значение угла, при котором начинается скольжение, равно

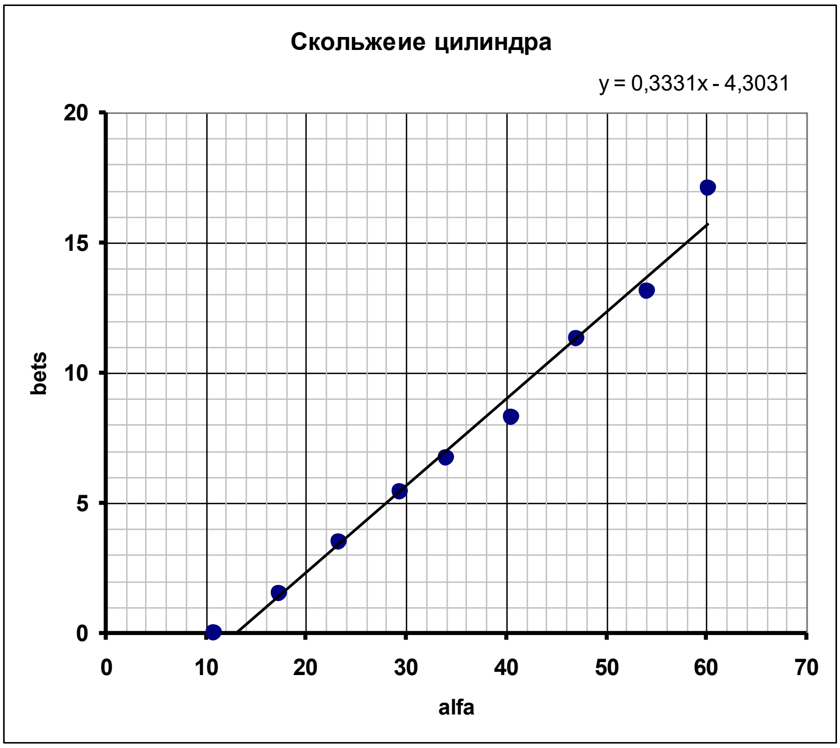
$$\alpha_{\min} = b \approx 17^\circ, \tag{4}$$

Что подтверждается экспериментально.

1.6 Результаты аналогичных измерений для металлического цилиндра приведены в Таблице 2 и на графике.

Таблица 2.

α	β
6,0	0
10,8	0
17,4	1,5
23,4	3,5
29,5	5,4
34,1	6,7
40,5	8,3
47,1	11,3
54,1	13,1
60,2	17,1



1.7 Полученная зависимость линейна, но принципиально отличается от предыдущей зависимости, так как коэффициент наклона существенно отличается от 1. Главная причина этого заключается во вращательном движении цилиндра. Вследствие этого сила трения направлена под некоторым углом к вектору относительной скорости. Оценка этого угла отклонения дает значение примерно равное 7°. Вторая причина полученного отличия заключается в том, что в данном случае сила трения боковой поверхности цилиндра о дощечку является трением покоя, поэтому она определяется тангенциальной составляющей внешней силы, в данном случае силы трения основания цилиндра о поверхность бумаги.

Часть 2. Толкаем карандаш.

2.1 Требуемые построения представлены на рисунке на следующей странице.

2.2 Полученная траектория движения центра карандаша не линейна, поэтому простейшая функция, которая ее описывает, есть квадратичная функция

$$y = y_0 \frac{x(2x_0 - x)}{x_0^2}, \tag{5}$$

Где $x_0 \approx 4{,}5 см$, $н_0 \approx 14 см$ - координаты вершины параболы.

2.3 Причина такого поведения заключается в том, что при повороте карандаша увеличивается момент силы трения, закручивающий карандаш. Это приводит к еще более быстрому его повороту.