

1. Даны  $n \geq 2$  различных целых чисел, больших  $-10$ . Оказалось, что среди них количество нечётных чисел равно максимальному чётному числу, а количество чётных — максимальному нечётному числу.

- а) Найдите наименьшее возможное значение  $n$ .
- б) Найдите наибольшее возможное значение  $n$ .

2. Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $\angle CAB = 30^\circ$  и  $\angle ACB = 60^\circ$ . На продолжении луча  $AB$  за точку  $B$  выбирается произвольная точка  $D$ , а на продолжении луча  $CB$  за точку  $B$  отмечается точка  $E$  такая, что  $\angle BDE = 60^\circ$ . Прямые  $AC$  и  $DE$  пересекаются в точке  $F$ .

Докажите, что описанная окружность треугольника  $AEF$  проходит через некоторую фиксированную точку, отличную от  $A$  и не зависящую от выбора точки  $D$ .

3. Докажите, что для любого натурального числа  $n$  существуют взаимно простые натуральные числа  $a$  и  $b$  такие, что при всех  $k$  от 1 до  $n$  числа  $a + k$  и  $b + k$  не являются взаимно простыми.

4. Существует ли многочлен  $p(x)$  с целыми коэффициентами, удовлетворяющий равенствам

$$p(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \quad \text{и} \quad p(2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 2?$$