

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

**8 класс**

5. Пусть  $f(x)$  — линейная функция, а  $k$ ,  $\ell$  и  $m$  — попарно различные действительные числа. Известно, что  $f(k) = \ell^3 + m^3$ ,  $f(\ell) = m^3 + k^3$  и  $f(m) = k^3 + \ell^3$ .

Найдите численное значение суммы  $k + \ell + m$ .

6. Для четырёх попарно различных натуральных чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  вычислили шесть величин:  $ab + 10$ ,  $ac + 10$ ,  $ad + 10$ ,  $bc + 10$ ,  $bd + 10$  и  $cd + 10$ .

Какое наибольшее количество из этих величин могло оказаться полными квадратами?

7. В ряду  $n_1 < n_2 < \dots < n_k$  выписаны все натуральные  $n$ , при которых в квадрате  $n \times n$  можно отметить 10 клеток так, чтобы в любом квадрате  $3 \times 3$  было отмечено нечётное количество клеток.

Найдите  $n_{k-2}$ .

8. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  единичного квадрата  $ABCD$  отметили точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  и  $S$ , соответственно. Оказалось, что периметр четырёхугольника  $PQRS$  равен  $2\sqrt{2}$ .

Найдите сумму длин перпендикуляров, опущенных из вершин  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  на прямые  $SP$ ,  $PQ$ ,  $QR$  и  $RS$ , соответственно.

---

Пользоваться калькулятором не разрешается.  
Время работы: 4,5 часа