

11 класс

2-й вариант

2-й тур = 2-й день

11.5. Докажите, что при всех неотрицательных действительных значениях a , b , c выполняется неравенство:

$$64a^3 + 343b^3 + 729c^3 \geq 48a^2(7bc)^{1/2} + 294b^2(ac)^{1/2} + 162c^2(7ab)^{1/2}.$$

11.6. Пусть a_1, a_2, b_1, b_2 – действительные числа, которые удовлетворяют соотношению $a_1a_2 = 2(b_1 + b_2)$. Докажите, что уравнение

$$x^4 + (a_1 + a_2)x^3 + (a_1a_2 + b_1 + b_2)x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)x + b_1b_2 = 0$$

имеет по крайней мере один действительный корень.

11.7. Четыре окружности B_1, B_2, B_3, B_4 расположены в одной плоскости так, что окружность B_2 касается окружности B_1 , окружность B_3 касается окружности B_2 , окружность B_4 касается окружности B_3 , окружность B_1 касается окружности B_4 . Все окружности касаются друг друга внешним образом. Докажите, что все четыре точки касания лежат на одной окружности.

11.8. Про высший совет магов известно два факта:

- 1) каждый член высшего совета дружит ровно с n другими членами высшего совета;
- 2) для любых n членов высшего совета найдется $(n+1)$ -й, который дружит с каждым из этих n .

Какое максимальное число магов может быть в высшем совете магов?