# LXXII Белорусская математическая олимпиада школьников

## 11 класс

**5.** На доске написано число

$$23456789123456789123456789123456789.$$

Двое по очереди вычеркивают цифры. Проигрывает тот, после чьего хода либо не осталось цифр, либо число, образованное ими, делится на 3.

Кто выиграет (начинающий или второй игрок) независимо от игры соперника?

**6.** Найдите наибольшее действительное число $K$ такое, что для любой тройки $(x, y, z)$ положительных действительных чисел, удовлетворяющих

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1,$$

выполняется неравенство

$$xyz+x^2+y^2+z^2 \geqslant K(x+y+z).$$

**7.** Найдите все пары целых чисел $(x, z)$, удовлетворяющих равенству

$$x(x^3-z+1)=z^2(z-1)^2.$$

**8.** Окружность $\omega$ с центром $I$ вписана в треугольник $ABC$ и касается его сторон $BC$, $AC$ и $AB$ в точках $D$, $E$ и $F$ соответственно. Прямая $DI$ повторно пересекает $\omega$ в точке $G$, а прямая $AG$ повторно пересекает $\omega$ в точке $H$. Пусть $P$ – точка пересечения прямой $EF$ и описанной окружности треугольника $GIH$, лежащая вне $\omega$.

Докажите, что прямая $PH$ проходит через середину стороны $BC$.

---

Пользоваться калькулятором не разрешается.
Время работы: 5 часов