

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

10 класс

1. Решите уравнение  $4 \cdot (a!)^2 = b! + 4 \cdot a!$  в натуральных числах  $a$  и  $b$ .

2. Дан острый угол и точка  $K$  внутри него. Найдите геометрическое место лежащих внутри этого угла точек  $L$  таких, что через точки  $K$  и  $L$  можно провести параллельные прямые, отсекающие от угла треугольники, площадь одного из которых в 2 раза больше площади другого.

3. Дан квадратный трёхчлен  $p(x)$  со старшим коэффициентом, равным единице. Известно, что при некотором действительном  $a$  в ряду чисел  $p(p(a)+a)$ ,  $p(p(a+1)+a+1)$ ,  $p(p(a+2)+a+2)$ ,  $\dots$ ,  $p(p(a+9)+a+9)$  среди любых трёх подряд идущих есть нуль.

Найдите все возможные значения разности корней многочлена  $p(x)$ .

4. На клетчатую доску размера  $7 \times 7$  выкладывают без наложений уголки вида  $\begin{smallmatrix} \square & & \\ & \square & \end{smallmatrix}$ , образованные тремя клетками (уголок можно поворачивать на угол, кратный  $90^\circ$ , границы уголков идут по линиям сетки).

Какое наименьшее количество уголков необходимо разместить на доске, чтобы больше ни одного уголка выложить было невозможно?

---

Пользоваться калькулятором не разрешается.  
Время работы: 5 часов