

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

10 класс

1. На координатной плоскости нарисован график функции $y = \frac{2}{x}$. В первой четверти координатной плоскости на нём отмечены точки A_1, A_2, \dots, A_{20} , а в третьей — C_1, C_2, \dots, C_{21} . Известно, что сумма абсцисс точек A_1, A_2, \dots, A_{20} равна модулю суммы ординат точек C_1, C_2, \dots, C_{21} , а сумма ординат точек A_1, A_2, \dots, A_{20} равна модулю суммы абсцисс точек C_1, C_2, \dots, C_{21} . Точка B имеет координаты $(-2; -2)$.

Найдите разность

$$(BA_1 + BA_2 + \dots + BA_{20}) - (BC_1 + BC_2 + \dots + BC_{21}).$$

Ответ: 82.

2. Решите уравнение $8x^2 - 67 = 3^y - 2^z$ в натуральных числах x, y, z .

Ответ: $x = 3, y = z = 2$.

3. Саша и Влад играют в игру на координатной плоскости. Вначале Саша отмечает любые три целочисленные точки (т.е. точки, у которых обе координаты — целые числа). После этого ходит Влад. За ход Влад выбирает две из трёх имеющихся точек и поворачивает одну из них вокруг другой на 90° в произвольном направлении. Влад выигрывает, если ему удастся за несколько ходов добиться того, что какие-то две из трёх точек совпадут. Если же Влад не сможет этого сделать, то побеждает Саша.

Кто из мальчиков имеет выигрышную стратегию, позволяющую ему выиграть независимо от действий другого?

Ответ: Влад.

4. Внутри равностороннего треугольника ABC отметили точку D так, что площадь треугольника ABC равна

$$\frac{\sqrt{3}}{8}(AD^2 + BD^2 + CD^2) + \frac{3}{4}AD \cdot BD.$$

Найдите угол ADB .

Ответ: 150° .