



Республиканская физическая олимпиада 2021 год (Заключительный этап)

Теоретический тур

11 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
3. Подписывать рабочие листы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Желаем успехов в выполнении данных заданий!

Пакет заданий содержит:

- титульный лист (стр. 1);
- условия 3 теоретических задач (стр. 2-7);

Задание 1. Легкая разминка

Задача 1.1

В комнате объема $V = 250 \text{ м}^3$ находится воздух при температуре $t_0 = 15^\circ\text{C}$. После включения нагревателя температура воздуха поднялась до $t_0 = 25^\circ\text{C}$. Атмосферное давление в комнате осталось неизменным и равным $P = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

- 1.1.1 Найдите изменение внутренней энергии воздуха в комнате при его нагревании?
1.1.2 Оцените, какое количество теплоты пошло на нагревание воздуха.

Молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме равна $C_v = \frac{5}{2}R$, где

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - универсальная газовая постоянная.

Задача 1.2

Однородная плоская мыльная пленка натянута на рамку и освещается нормально плоской монохроматической волной. Пленку медленно растягивают, увеличивая ее площадь, при этом измеряют интенсивность отраженного от пленки света. Можно считать, что объем пленки остается неизменным.

При площади пленки S_0 интенсивность отраженного света достигает максимума. При дальнейшем увеличении площади пленки на величину $\Delta S_1 \ll S_0$ интенсивность отраженного света уменьшилась в 4 раза.

- 1.2 На сколько после этого надо дополнительно увеличить площадь пленки ΔS_2 , чтобы интенсивность отраженного света упала до нуля?

Задача 1.3

Квант рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda_0 = 0,55 \text{ нм}$ рассеялся на свободном неподвижном электроны строго назад.

- 1.3 Найдите изменение длины волны $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ рассеянного кванта.

Расчет проведите с использованием релятивистских формул для характеристик движения электрона. Так энергия электрона E , связана с его импульсом p соотношением:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4,$$

где $c = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ - скорость света, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ - масса покоя электрона, постоянная

Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

Задача 2. Негармонические колебания

Часть 1.

Материальная точка массы m может двигаться без трения вдоль оси Ox . Зависимость ее потенциальной энергии от координаты x задается функцией

$$U(x) = ka^2 \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{a^2}{x^2} - 2 \right), \quad (1)$$

где k и a - известные положительные постоянные величины.

1.1 Постройте схематический график зависимости потенциальной энергии частицы от координаты x .

Точка начинает двигаться без начальной скорости, причем в начальный момент времени $t = 0$ ее координата равна $x = x_0$ ($x_0 > a$).

- 1.2 Покажите, что движение точки будет колебательным. Укажите, будут ли эти колебания гармоническими.
- 1.3 Найдите, в каких пределах будет изменяться координата точки в процессе ее движения.
- 1.4 Найдите период малых колебаний точки, если амплитуда этих колебаний значительно меньше a .
- 1.5 Найдите период очень больших колебаний точки при $x_0 \gg a$.
- 1.6 Покажите, что период колебаний точки не зависит от ее начального положения x_0 .

Подсказка. Рассмотрите зависимость квадрата координаты от времени $z(t) = x^2(t)$. Получите уравнение, описывающее изменение этой величины.

Пусть $x_0 = 3a$.

- 1.7 Найдите закон движения точки, т.е. зависимость ее координаты от времени $x(t)$.
- 1.8 Постройте схематический график зависимости $x(t)$. Для этого используйте относительные координаты $\frac{x}{a}$ и $\frac{t}{T}$, где T - найденный период колебаний точки.

Задача 3. Эффект Эйнштейна-де-Гааза

Момент импульса, момент инерции... небольшое теоретическое введение.

Существует ряд задач, в которых объектом внимания выступает вращательное движение тел. При описании вращательного движения используется такая величина как вектор момент импульса тела \vec{L} . При движении материальной точки массы m по окружности радиуса r со скоростью v модуль момента импульса равен

$$L = mvr \quad (1)$$

Направление вектора совпадает с осью вращения в соответствии с правилом правого винта (см. рис.) Вы встречались с этой величиной при изучении теории Бора (вспомните правило квантования), а также в астрономии при изучении второго закона Кеплера.

Момент импульса системы материальных точек момент импульса равен сумме моментов импульсов отдельных точек.

Для вращающегося с угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси тела момент импульса определяется по формуле

$$L = I\omega, \quad (2)$$

Где I - момент инерции тела, зависящей от его массы, размеров и формы. Так момент инерции однородного цилиндра относительно оси симметрии диска, перпендикулярной его плоскости, равен

$$I = \frac{1}{2}mr^2, \text{ где } r - \text{ радиус цилиндра.}$$

Для замкнутой системы суммарный момент импульса сохраняется. Если же на тело действует суммарный момент силы M , то его угловая скорость изменяется в соответствии с уравнением (аналогичным уравнению второго закона Ньютона для поступательного движения):

$$I \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = M. \quad (3)$$

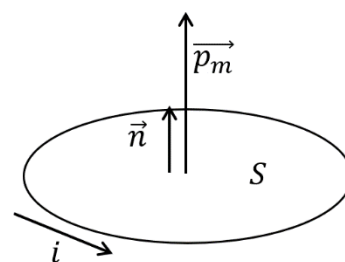
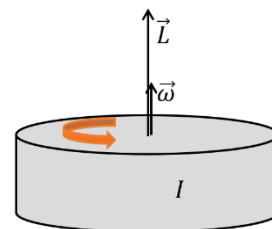
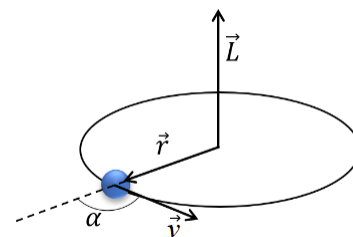
А есть ли какой-нибудь момент в магнетизме?

Для витка с током (и для отдельных атомов в согласии с гипотезой Ампера о молекулярных токах) вводится понятие магнитного момента p_m , который равен произведению силы тока в витке i на площадь витка S :

$$P_m = iS \quad (4)$$

Направлен вектор магнитного момента по нормали к плоскости витка также в соответствии с правилом правого винта.

Этих данных достаточно для ознакомления и осмысления работы А. Эйнштейна, написанной в соавторстве с де Гаазом, в которой описывается открытый ими эффект.



Эффект Эйнштейна-де Гааза.

«С тех пор как Эрстед открыл, что магнитные действия вызываются не только постоянными магнитами, но и электрическими токами, существовали два, казалось, совершенно независимых способа создания магнитного поля. Такое положение вещей влекло за собой стремление считать различие в сущности этих двух источников поля лишь кажущимися и побуждало к попыткам обойтись одной-единственной причиной возбуждения магнитного поля. И вот Ампер, вскоре после открытия Эрстеда, выдвинул свою известную гипотезу молекулярных токов, позволявшую объяснить магнитные свойства (парамагнитных и ферромагнитных веществ) токами, циркулирующими в молекулах.

Так же и электронная теория, особенно в том виде, какой придал ей Г. А. Лоренц, — нуждаясь в едином понимании возникновения электромагнитных полей, — в основном придерживалась гипотезы Ампера. Но по этой теории молекулярные токи, как и вообще все электрические токи, создавались движущимися элементарными зарядами.

Несмотря на то, что эти представления о циркулирующих в атоме и молекуле элементарных зарядах (мыслившихся большей частью в виде отрицательных электронов) позволяли придерживаться единой причины происхождения электромагнитного поля, они все же вызывали самые серьезные принципиальные сомнения.»

А.Эйнштейн «Experimenteller Nachweis der Ampereschen Molekularstrome». (Mit W. J-de Haas.) Verhandl. Dtsch. Phys. Ges., 1915, 17, 152—170.

Данная часть задачи посвящена эффекту Эйнштейна-де Гааза, позволившему в 1915 г. более подробно разобраться с гипотезой Ампера о молекулярных токах, являющихся причиной возникновения магнитных свойств у веществ.

Справочные сведения:

Масса электрона - $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг;

Заряд электрона - $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;

Рассмотрим классическую модель атома: положительно заряженное ядро, вокруг которого обращаются электроны по стационарным орбитам. Выделим для рассмотрения один электрон, движущийся со скоростью v по круговой орбите радиуса r .

1. Определите момент импульса L электрона.
2. Определите магнитный момент p_m электрона, связанный с его круговым движением вокруг ядра атома.
3. Получите выражение и рассчитайте численное значение для гиромангнитного отношения $g = \frac{p_m}{L}$ – отношения магнитного момента p_m электрона к его моменту импульса L .

Гиромангнитное отношение является одной из важнейших характеристик заряженных и массивных частиц.

Одной из основных задач исследования А. Эйнштейна и В. Де Гааза состояла в экспериментальном определении гиромангнитного отношения g для подтверждения гипотезы Ампера о молекулярных токах.

Макроскопическое проявление микроскопического намагничивания

Изменение характера намагничивания с молекулярной точки зрения описывается достаточно просто: при включении внешнего магнитного поля элементарные магнитные моменты каждого атома тела стремятся выстроиться вдоль направления магнитного поля. Перестройка данной системы приводит к изменению момента импульса каждого из электронов системы. Однако полный момент импульса тела должен остаться неизменным. Следовательно, при изменении направления внешнего магнитного поля из-за «переворота» магнитных моментов, а значит и связанных гиромангнитным отношением моментов импульса электронов, перенамагниченный образец целиком придет во вращение, что можно зафиксировать, например, по отклонению луча света зеркальцем, закрепленным на рассматриваемом образце.

§ 3. Описание экспериментального метода. Соотношение (5) в принципе можно проверить следующим образом. Цилиндр Z из мягкого железа следует подвесить (рис. 2) на тонкой нити F так, чтобы его ось была расположена вертикально и совпадала с направлением нити; период колебаний должен составлять несколько секунд. При этом цилиндр Z должен висеть внутри концентрической катушки S , посредством которой железный цилиндр можно намагничивать параллельно его оси. При изменении направления тока в катушке S , т. е. при перенамагничивании цилиндра, должны наблюдаться крутильные колебания цилиндра Z .

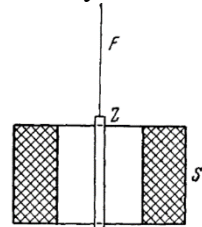
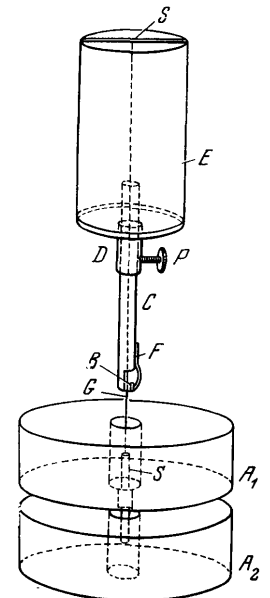


Рис. 2.

4. Запишите, как связаны между собой изменение момента импульса цилиндра с изменением магнитных моментов электронов, вращающихся вокруг атомов.
5. Определите, какую угловую скорость приобретет цилиндр массы m и радиуса r , изготовленный из вещества с молярной массой M в результате изменения направления магнитного поля на противоположное. Считайте, что в каждом атоме вещества имеется ровно один электрон, отвечающий за магнитные свойства, магнитный момент которого равен p_m .

Основной эксперимент.

Для определения гиромангнитного отношения А. Эйнштейн и В. Де Гааз использовали следующую экспериментальную установку: Цилиндрический стерженек S из мягкого железа длиной l и диаметром D подвешивался в вертикальном магнитном переменном поле, создававшемся одинаковыми катушками A_1 и A_2 . Стерженек S подвешивался точно по оси катушек на стеклянной нити G , приклеенной в отверстии на верхнем торце стерженька. Стеклянная нить G диаметром d вверху прикреплялась к поперечному стержню, вставленному в широкую латунную трубку E , удерживаемую штативом. Для изменения действующей длины подвешивающей нити G и для установления резонанса служило следующее приспособление: широкая трубка E внизу имела более узкое горло, внутри которого помещалась передвигаемая вертикально латунная трубка C , фиксируемая винтом P . Трубка C внизу имела зажим B , щеки которого прижимались друг к другу латунной пружиной F . Припаянная горизонтально к нижнему краю одной из щек поперечная проволочка обеспечивала точность зажима подвешивающей нити на строго определенной высоте. На стерженьке S на высоте промежутка между катушками A_1 и A_2 были укреплены два зеркальца, изготовленные из покровных стекол для микроскопа, которые отражали пучок света на шкалу, располагавшуюся на расстоянии x .



Приближения, построенные в ходе экспериментов:

1) Использовался ферромагнитный образец, в котором намагничение быстро достигало насыщения, т.е. все магнитные моменты достаточно быстро перестраивались во внешнем переменном магнитном поле. Было установлено, что при таком режиме механический момент, закручивающий цилиндр, равен $M_3 = \frac{4P_m}{\pi g} \omega \cos \omega t$, где ω - частота переменного тока, пропускаемого через катушку вокруг исследуемого цилиндра, P_m - полный магнитный момент цилиндра при насыщении.

2) Для более точного определения гиромагнитного отношения исследовался резонанс, т.е. явление резкого изменения амплитуды вынужденных колебаний цилиндра, подвешенного на упругой нити, при совпадении частоты переменного магнитного поля с собственной частотой ω_0 крутильных колебаний цилиндра.

3) На вращающийся цилиндр действует момент сил вязкого трения прямо пропорциональный угловой скорости вращения цилиндра $M_{\text{тр}} = -k\omega$ (k - известный коэффициент пропорциональности).

6. На основании приближений, сформулированных в работе, составьте уравнение, описывающее динамику вращательного движения цилиндра в переменном магнитном поле.

Полученное вами уравнение представляет собой уравнение вынужденных колебаний. Спустя длительный промежуток времени зависимость угловых колебаний цилиндра описывается функцией $\alpha(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$.

7. Найдите решение уравнения колебаний стержня при условии резонанса, когда частота изменения магнитного поля совпадает с собственной частотой колебаний стержня, т.е. определите параметры A и φ в законе движения.

Численные значения параметров установки, представленные в работе, следующие: $I = 0,0126$, $P_m = 458$, $|\alpha|_{\text{max}} = 0,320 \cdot 10^{-2}$, $k = 2,1 \cdot 10^{-6}$. Все данные представлены в одной системе единиц.

8. Определите по этим данным гиромагнитное отношение. Сравните полученный результат с результатом, рассчитанным в п. 3 данной задачи.

Следует отметить, что спустя несколько лет после выхода статьи А. Эйнштейна в свет было установлено, что полученные результаты не совсем корректны. («великие» тоже ошибаются!). Оказалось, что полученное значение гиромагнитного отношения занижено примерно в два раза. Последующие более точные эксперименты также дали значение примерно в два раза превышающее приведенное в рассматриваемой работе.

9. Предложите гипотезу, объясняющую вновь найденное значение гиромагнитного отношения.